

# Степени: теория и устный опрос

Задание 8 ОГЭ, часть 1. Печать: 2 страницы А4. Определения и свойства даны в формулировках школьного учебника.

## Теория

**1. Степень с натуральным показателем.** Степенью числа  $a$  с натуральным показателем  $n$ , большим 1, называют произведение  $n$  множителей, каждый из которых равен  $a$ . Степенью числа  $a$  с показателем 1 называют само число  $a$ . Число  $a$  называют основанием степени, число  $n$  — показателем степени:  $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ . **Знак степени.** Степень положительного числа положительна. Степень отрицательного числа с чётным показателем положительна, с нечётным — отрицательна:  $(-2)^4 = 16$ ,  $(-2)^3 = -8$ . Показатель относится только к тому, что стоит непосредственно перед ним:  $-2^4 = -(2^4) = -16$ , а  $(-2)^4 = 16$ .

**2. Свойства степени.** Для любых чисел  $a$  и  $b$  (отличных от нуля, если они стоят в знаменателе или в степени с нулевым или отрицательным показателем) и целых  $m$  и  $n$  верно:

|                                                |                                                                                                       |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$                      | при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели складывают |
| $a^m : a^n = a^{m-n}$                          | при делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели вычитают     |
| $(a^m)^n = a^{mn}$                             | при возведении степени в степень основание оставляют прежним, а показатели перемножают                |
| $(ab)^n = a^n b^n$                             | степень произведения равна произведению степеней сомножителей                                         |
| $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ | степень дроби равна дроби, в числителе и знаменателе которой степени числителя и знаменателя          |

Пример:  $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$ ;  $5^9 : 5^7 = 5^2 = 25$ ;  $(2^3)^2 = 2^6 = 64$ .

**3. Нулевой и отрицательный показатель.** Степень числа  $a$ , отличного от нуля, с показателем 0 равна единице:  $a^0 = 1$ . Степень числа  $a$ , отличного от нуля, с целым отрицательным показателем  $-n$  равна  $\frac{1}{a^n}$ :  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ . Отсюда  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ : чтобы возвести дробь в отрицательную степень, дробь переворачивают.

Примеры:  $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$ ;  $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$ ;  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$ ;  $7^0 = 1$ . Свойства из пункта 2 верны и для целых показателей.

**4. Приведение к одному основанию.** Это главный приём задания 8. Если основания разные, их записывают степенями одного числа или раскладывают на простые множители. Запомните:  $2^1 = 2$ ,  $2^2 = 4$ ,  $2^3 = 8$ ,  $2^4 = 16$ ,  $2^5 = 32$ ,  $2^6 = 64$ ,  $2^7 = 128$ ,  $2^8 = 256$ ,  $2^9 = 512$ ,  $2^{10} = 1024$ ;  $3^2 = 9$ ,  $3^3 = 27$ ,  $3^4 = 81$ ,  $3^5 = 243$ ;  $5^2 = 25$ ,  $5^3 = 125$ ,  $5^4 = 625$ . Замены:  $4 = 2^2$ ,  $8 = 2^3$ ,  $16 = 2^4$ ,  $9 = 3^2$ ,  $27 = 3^3$ ,  $0,5 = 2^{-1}$ ,  $0,25 = 2^{-2}$ ,  $0,125 = 2^{-3}$ ,  $0,2 = 5^{-1}$ ,  $0,04 = 5^{-2}$ ,  $0,1 = 10^{-1}$ . Составные основания:  $6 = 2 \cdot 3$ ,  $12 = 2^2 \cdot 3$ ,  $18 = 2 \cdot 3^2$ ,  $15 = 3 \cdot 5$ ,  $20 = 2^2 \cdot 5$ ,  $36 = 2^2 \cdot 3^2$ . По свойству степени произведения  $6^4 = 2^4 \cdot 3^4$ . Затем показатели каждого простого множителя собирают отдельно.

**5. Стандартный вид числа.** Стандартным видом числа  $a$  называют его запись в виде  $a_1 \cdot 10^n$ , где  $1 \leq a_1 < 10$ , а  $n$  — целое число;  $n$  называют порядком числа  $a$ . Примеры:  $4500000 = 4,5 \cdot 10^6$ ;  $0,00032 = 3,2 \cdot 10^{-4}$ . Чтобы перемножить числа в стандартном виде, перемножают первые множители и складывают порядки:  $(3 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^{-2}) = 6 \cdot 10^3 = 6000$ .

**6. Квадратный корень и степень.** Арифметическим квадратным корнем из числа  $a$  называют неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ . При  $a \geq 0$  верно  $(\sqrt{a})^2 = a$  и  $\sqrt{a^2} = a$ ; в общем случае  $\sqrt{a^2}$  равен модулю  $|a|$ . Для  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ :  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ; для  $a \geq 0$ ,  $b > 0$ :  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ . Из свойства степени произведения:  $(a\sqrt{b})^2 = a^2 b$ . Примеры:  $(3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$ ;  $\sqrt{2^6 \cdot 3^4} = 2^3 \cdot 3^2 = 72$ ;  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$ ;  $\sqrt{0,36 \cdot 49} = 0,6 \cdot 7 = 4,2$ .

**7. Порядок действий.** Сначала выполняют действия в скобках; в каждой группе сначала возведение в степень, затем умножение и деление слева направо, затем сложение и вычитание слева направо.  $2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$ , но  $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$ .  $-3^2 = -9$ , но  $(-3)^2 = 9$ . Дробная черта заменяет скобки: числитель и знаменатель считают отдельно, потом делят.

**8. Запись ответа задания 8.** Задание 8 — часть 1, ответ записывают числом: целым или конечной десятичной дробью. Если получилась обыкновенная дробь со знаменателем 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, запишите её десятичной:  $\frac{1}{8} = 0,125$ . Если получилась дробь вида  $\frac{1}{3}$ , вернитесь и проверьте вычисления.

## Вопросы для устного опроса

- Что такое степень числа  $a$  с натуральным показателем  $n$ ? Как называются  $a$  и  $n$ ? Вычислите  $2^5$  и  $(-2)^3$ .
- Чему равны  $(-3)^4$  и  $-3^4$ ? Почему результаты разные?
- Сформулируйте правило умножения степеней с одинаковыми основаниями. Чему равно  $3^2 \cdot 3^4$ ?

4. Как разделить степени с одинаковыми основаниями? Чему равно  $5^9 : 5^7$ ?
5. Как возвести степень в степень? Чему равно  $(2^3)^2$ ?
6. Как рационально вычислить  $2^4 \cdot 5^4$ ?
7. Чему равны  $7^0$ ,  $(-4)^0$ ,  $100^0$ ?
8. Чему равны  $2^{-3}$  и  $10^{-2}$ ? Как вычислить степень с отрицательным показателем?
9. Чему равно  $(\frac{2}{3})^{-2}$ ?
0. Запишите степенью числа 2 числа 4, 8, 16, 0,5, 0,25.
  1. Как вычислить  $6^5 : (2^3 \cdot 3^3)$ ?
  2. Запишите в стандартном виде 4500000 и 0,00032.
  3. Чему равны  $(\sqrt{7})^2$ ,  $\sqrt{36 \cdot 49}$ ,  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ ?
  4. Чему равны  $2 \cdot 3^2$  и  $(2 \cdot 3)^2$ ,  $-3^2$  и  $(-3)^2$ ? Что выполняется раньше: умножение или возведение в степень?

### ----- Ответы на вопросы (для учителя).

1. Произведение n множителей, каждый из которых равен a. a — основание, n — показатель.  
 $2^5 = 32$ ;  $(-2)^3 = -8$ .
2.  $(-3)^4 = 81$ ;  $-3^4 = -81$ . В первом случае в степень возводят число  $-3$ , во втором — число 3, а минус остаётся перед результатом.
3. Основание оставляют, показатели складывают:  
 $3^2 \cdot 3^4 = 3^6 = 729$ .
4. Основание оставляют, показатели вычитают:  $5^9 : 5^7 = 5^2 = 25$ .
5. Основание оставляют, показатели перемножают:  
 $(2^3)^2 = 2^6 = 64$ .
6. По свойству степени произведения:  $2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10000$ .
7. Все равны 1: степень числа, отличного от нуля, с показателем 0 равна 1.
8.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .  $2^{-3} = \frac{1}{8} = 0,125$ ;  $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$ .
9. Дробь переворачивают:  $(\frac{2}{3})^{-2} = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = 2,25$ .
10.  $4 = 2^2$ ,  $8 = 2^3$ ,  $16 = 2^4$ ,  $0,5 = 2^{-1}$ ,  $0,25 = 2^{-2}$ .
11. Разложить основание:  $6^5 = 2^5 \cdot 3^5$ . Тогда  $6^5 : (2^3 \cdot 3^3) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$ .
12.  $4500000 = 4,5 \cdot 10^6$ ;  $0,00032 = 3,2 \cdot 10^{-4}$ .
13.  $(\sqrt{7})^2 = 7$ ;  $\sqrt{36 \cdot 49} = 6 \cdot 7 = 42$ ;  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ .
14.  $2 \cdot 3^2 = 18$ ,  $(2 \cdot 3)^2 = 36$ ;  $-3^2 = -9$ ,  $(-3)^2 = 9$ .  
 Возведение в степень выполняют раньше умножения.