

Степени: теория и устный опрос

Задание 8 ОГЭ, часть 1. Печать: 2 страницы А4. Определения и свойства даны в формулировках школьного учебника.

Теория

1. Степень с натуральным показателем. Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называют произведение n множителей, каждый из которых равен a . Степенью числа a с показателем 1 называют само число a . Число a называют основанием степени, число n — показателем степени: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$. **Знак степени.** Степень положительного числа положительна. Степень отрицательного числа с чётным показателем положительна, с нечётным — отрицательна: $(-2)^4 = 16$, $(-2)^3 = -8$. Показатель относится только к тому, что стоит непосредственно перед ним: $-2^4 = -(2^4) = -16$, а $(-2)^4 = 16$.

2. Свойства степени. Для любых чисел a и b (отличных от нуля, если они стоят в знаменателе или в степени с нулевым или отрицательным показателем) и целых m и n верно:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели складывают
$a^m : a^n = a^{m-n}$	при делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели вычитают
$(a^m)^n = a^{mn}$	при возведении степени в степень основание оставляют прежним, а показатели перемножают
$(ab)^n = a^n b^n$	степень произведения равна произведению степеней сомножителей
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	степень дроби равна дроби, в числителе и знаменателе которой степени числителя и знаменателя

Пример: $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$; $5^9 : 5^7 = 5^2 = 25$; $(2^3)^2 = 2^6 = 64$.

3. Нулевой и отрицательный показатель. Степень числа a , отличного от нуля, с показателем 0 равна единице: $a^0 = 1$. Степень числа a , отличного от нуля, с целым отрицательным показателем $-n$ равна $\frac{1}{a^n}$: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Отсюда $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$: чтобы возвести дробь в отрицательную степень, дробь переворачивают.

Примеры: $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$; $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$; $7^0 = 1$. Свойства из пункта 2 верны и для целых показателей.

4. Приведение к одному основанию. Это главный приём задания 8. Если основания разные, их записывают степенями одного числа или раскладывают на простые множители. Запомните: $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, $2^8 = 256$, $2^9 = 512$, $2^{10} = 1024$; $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243$; $5^2 = 25$, $5^3 = 125$, $5^4 = 625$. Замены: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $16 = 2^4$, $9 = 3^2$, $27 = 3^3$, $0,5 = 2^{-1}$, $0,25 = 2^{-2}$, $0,125 = 2^{-3}$, $0,2 = 5^{-1}$, $0,04 = 5^{-2}$, $0,1 = 10^{-1}$. Составные основания: $6 = 2 \cdot 3$, $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$, $15 = 3 \cdot 5$, $20 = 2^2 \cdot 5$, $36 = 2^2 \cdot 3^2$. По свойству степени произведения $6^4 = 2^4 \cdot 3^4$. Затем показатели каждого простого множителя собирают отдельно.

5. Стандартный вид числа. Стандартным видом числа a называют его запись в виде $a_1 \cdot 10^n$, где $1 \leq a_1 < 10$, а n — целое число; n называют порядком числа a . Примеры: $4500000 = 4,5 \cdot 10^6$; $0,00032 = 3,2 \cdot 10^{-4}$. Чтобы перемножить числа в стандартном виде, перемножают первые множители и складывают порядки: $(3 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^{-2}) = 6 \cdot 10^3 = 6000$.

6. Квадратный корень и степень. Арифметическим квадратным корнем из числа a называют неотрицательное число, квадрат которого равен a . При $a \geq 0$ верно $(\sqrt{a})^2 = a$ и $\sqrt{a^2} = a$; в общем случае $\sqrt{a^2}$ равен модулю $|a|$. Для $a \geq 0$, $b \geq 0$: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$; для $a \geq 0$, $b > 0$: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. Из свойства степени произведения: $(a\sqrt{b})^2 = a^2 b$. Примеры: $(3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$; $\sqrt{2^6 \cdot 3^4} = 2^3 \cdot 3^2 = 72$; $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$; $\sqrt{0,36 \cdot 49} = 0,6 \cdot 7 = 4,2$.

7. Порядок действий. Сначала выполняют действия в скобках; в каждой группе сначала возведение в степень, затем умножение и деление слева направо, затем сложение и вычитание слева направо. $2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$, но $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$. $-3^2 = -9$, но $(-3)^2 = 9$. Дробная черта заменяет скобки: числитель и знаменатель считают отдельно, потом делят.

8. Запись ответа задания 8. Задание 8 — часть 1, ответ записывают числом: целым или конечной десятичной дробью. Если получилась обыкновенная дробь со знаменателем 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, запишите её десятичной: $\frac{1}{8} = 0,125$. Если получилась дробь вида $\frac{1}{3}$, вернитесь и проверьте вычисления.

Вопросы для устного опроса

1. Что такое степень числа a с натуральным показателем n ? Как называются a и n ? Вычислите 2^5 и $(-2)^3$.
2. Чему равны $(-3)^4$ и -3^4 ? Почему результаты разные?
3. Сформулируйте правило умножения степеней с одинаковыми основаниями. Чему равно $3^2 \cdot 3^4$?

4. Как разделить степени с одинаковыми основаниями? Чему равно $5^9 : 5^7$?
5. Как возвести степень в степень? Чему равно $(2^3)^2$?
6. Как рационально вычислить $2^4 \cdot 5^4$?
7. Чему равны 7^0 , $(-4)^0$, 100^0 ?
8. Чему равны 2^{-3} и 10^{-2} ? Как вычислить степень с отрицательным показателем?
9. Чему равно $(\frac{2}{3})^{-2}$?
0. Запишите степенью числа 2 числа 4, 8, 16, 0,5, 0,25.
 1. Как вычислить $6^5 : (2^3 \cdot 3^3)$?
 2. Запишите в стандартном виде 4500000 и 0,00032.
 3. Чему равны $(\sqrt{7})^2$, $\sqrt{36 \cdot 49}$, $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$?
 4. Чему равны $2 \cdot 3^2$ и $(2 \cdot 3)^2$, -3^2 и $(-3)^2$? Что выполняется раньше: умножение или возведение в степень?

Ответы на вопросы (для учителя).

1. Произведение n множителей, каждый из которых равен a. a — основание, n — показатель.
 $2^5 = 32$; $(-2)^3 = -8$.
2. $(-3)^4 = 81$; $-3^4 = -81$. В первом случае в степень возводят число -3 , во втором — число 3, а минус остаётся перед результатом.
3. Основание оставляют, показатели складывают:
 $3^2 \cdot 3^4 = 3^6 = 729$.
4. Основание оставляют, показатели вычитают: $5^9 : 5^7 = 5^2 = 25$.
5. Основание оставляют, показатели перемножают:
 $(2^3)^2 = 2^6 = 64$.
6. По свойству степени произведения: $2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10000$.
7. Все равны 1: степень числа, отличного от нуля, с показателем 0 равна 1.
8. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. $2^{-3} = \frac{1}{8} = 0,125$; $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$.
9. Дробь переворачивают: $(\frac{2}{3})^{-2} = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = 2,25$.
10. $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $16 = 2^4$, $0,5 = 2^{-1}$, $0,25 = 2^{-2}$.
11. Разложить основание: $6^5 = 2^5 \cdot 3^5$. Тогда $6^5 : (2^3 \cdot 3^3) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$.
12. $4500000 = 4,5 \cdot 10^6$; $0,00032 = 3,2 \cdot 10^{-4}$.
13. $(\sqrt{7})^2 = 7$; $\sqrt{36 \cdot 49} = 6 \cdot 7 = 42$; $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$.
14. $2 \cdot 3^2 = 18$, $(2 \cdot 3)^2 = 36$; $-3^2 = -9$, $(-3)^2 = 9$.
Возведение в степень выполняют раньше умножения.

Карточки-пятиминутки • степени

Печать: оба варианта на одном листе А4, разрезать по пунктиру. Ответы внизу отрезать до раздачи.

Вариант А

Фамилия, имя: 5–7 мин

1. Вычислите: а) $2^7 : 2^4$; б) $(-3)^3 + 3^2$.

[illegible]

Ответ:

2. Вычислите: а) $2^{-3} \cdot 16$; б) $(\frac{1}{2})^{-4}$.

[illegible]

Ответ:

3. Найдите значение выражения $6^7 : (2^5 \cdot 3^5)$.

[illegible]

Ответ:

4. Практическая задача. Число бактерий в колонии каждый час удваивается. Сначала было 5 бактерий. Сколько бактерий будет через 6 часов?

[illegible]

Ответ:

5. Найдите значение выражения $(2\sqrt{3})^2 - \sqrt{81}$.

[illegible]

Ответ:

Вариант Б

Фамилия, имя: 5–7 мин

1. Вычислите: а) $5^8 : 5^6$; б) $(-2)^5 + 2^4$.

[illegible]

Ответ:

2. Вычислите: а) $3^{-2} \cdot 27$; б) $(\frac{1}{3})^{-3}$.

[illegible]

Ответ:

3. Найдите значение выражения $12^5 : (4^5 \cdot 3^3)$.

[illegible]

Ответ:

4. Практическая задача. Свет проходит расстояние от Солнца до Земли за 500 с. Скорость света равна $3 \cdot 10^5$ км/с. Найдите расстояние от Солнца до Земли в миллионах километров.

[illegible]

Ответ:

5. Найдите значение выражения $(3\sqrt{2})^2 - \sqrt{49}$.

[illegible]

Ответ:

Ответы (отрезать до раздачи). Вариант А. 1) а) 8; б) -18 ; 2) а) 2; б) 16; 3) 36; 4) 320; 5) 3. Вариант Б. 1) а) 25; б) -16 ; 2) а) 3; б) 27; 3) 9; 4) 150; 5) 11.

Оценка. Каждое задание 1-5 — 1 балл (в заданиях 1 и 2 по 0,5 за пункт). 5 баллов — «5»; 4-4,5 — «4»; 3-3,5 — «3»; меньше 3 — повторить правила 2-4 теории. Если верны задания 1-3, а ошибка в 4 или 5 — не записали условие практической задачи степенью или не возвели в квадрат оба множителя в $(a\sqrt{b})^2$: вернуться к правилам 5 и 6. Ответ дробью или десятичной засчитывается одинаково.

Решения практических задач. А4: $5 \cdot 2^6 = 5 \cdot 64 = 320$. Б4: $3 \cdot 10^5 \cdot 500 = 1,5 \cdot 10^8$ км, то есть 150 млн км.

Разбор 5 задач повышенной сложности • степени

Задание 8 ОГЭ. Печать: 2–3 страницы А4. Интерактивный тренажёр по этим же задачам — в материале 5.

Задача А. Приведение к одному основанию, степень степени, отрицательные показатели

Найдите значение выражения $\frac{8^{-3} \cdot 16^2}{32^{-1} \cdot 4^{-2}}$

Что видим. Дробь, в числителе и знаменателе произведения степеней. Основания 8, 16, 32, 4 разные, но все они — степени числа 2. Показатели отрицательные.

Правило. При возведении степени в степень показатели перемножают: $(a^m)^n = a^{mn}$. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складывают, при делении вычитают.

Алгоритм. все основания к числу 2 → числитель → знаменатель → показатель частного → значение степени.

Решение по шагам.

1. $8 = 2^3$, $16 = 2^4$, $32 = 2^5$, $4 = 2^2$.
2. Числитель: $8^{-3} \cdot 16^2 = (2^3)^{-3} \cdot (2^4)^2 = 2^{-9} \cdot 2^8 = 2^{-1}$.
3. Знаменатель: $32^{-1} \cdot 4^{-2} = (2^5)^{-1} \cdot (2^2)^{-2} = 2^{-5} \cdot 2^{-4} = 2^{-9}$.
4. Частное: $2^{-1} : 2^{-9} = 2^{-1-(-9)} = 2^8 = 256$.

Ответ: 256.

Проверка. Числитель: $8^{-3} = \frac{1}{512}$, $16^2 = 256$, произведение $\frac{256}{512} = \frac{1}{2}$. Знаменатель: $\frac{1}{32} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{512}$. Частное: $\frac{1}{2} : \frac{1}{512} = 256$.

Ловушка. Вычитание отрицательного показателя: $-1 - (-9) = 8$, а не -10 . Ещё одна частая ошибка — перемножить показатели при умножении степеней.

Задача В. Разные основания: разложение на простые множители

Найдите значение выражения $\frac{12^4 \cdot 6^{-3}}{2^3 \cdot 3}$

Что видим. Основания 12 и 6 нельзя свести к одному числу, но оба разлагаются на простые множители 2 и 3. В знаменателе тоже 2 и 3.

Правило. Степень произведения равна произведению степеней: $(ab)^n = a^n b^n$. Показатели складывают только у степеней с одинаковым основанием.

Алгоритм. разложить основания на простые множители → собрать показатели двойки и тройки отдельно → разделить → вычислить.

Решение по шагам.

1. $12 = 2^2 \cdot 3$, значит $12^4 = (2^2 \cdot 3)^4 = 2^8 \cdot 3^4$. $6 = 2 \cdot 3$, значит $6^{-3} = 2^{-3} \cdot 3^{-3}$.
2. Числитель: $2^8 \cdot 3^4 \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3} = 2^{8-3} \cdot 3^{4-3} = 2^5 \cdot 3$.
3. Знаменатель: $2^3 \cdot 3$.
4. Частное: $(2^5 \cdot 3) : (2^3 \cdot 3) = 2^{5-3} \cdot 3^{1-1} = 2^2 \cdot 3^0 = 4 \cdot 1 = 4$.

Ответ: 4.

Проверка. Числитель: $12^4 = 20736$, $6^{-3} = \frac{1}{216}$, значение $\frac{20736}{216} = 96$. Знаменатель $8 \cdot 3 = 24$. Частное $96 : 24 = 4$.

Ловушка. Нельзя складывать показатели у разных оснований: $12^4 \cdot 6^{-3}$ не равно ни 12^1 , ни 6^1 (значение равно 96). Сначала разложение на простые множители, потом показатели каждого множителя отдельно.

Задача С. Отрицательные основания, отрицательный показатель, порядок действий

Найдите значение выражения $(-2)^{-3} \cdot (-4)^3 - (-3)^2 : 3^2$

Что видим. Отрицательные основания в скобках, один отрицательный показатель, умножение, деление и вычитание. Главная трудность — знаки.

Правило. Степень отрицательного числа с чётным показателем положительна, с нечётным — отрицательна. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Сначала возведение в степень, затем умножение и деление слева направо, затем вычитание.

Алгоритм. каждая степень отдельно (со знаком) → умножение и деление → вычитание.

Решение по шагам.

- $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -0,125$.
- $(-4)^3 = -64$. Произведение: $-0,125 \cdot (-64) = 8$ (знаки одинаковые, результат положительный).
- $(-3)^2 = 9$; $9 : 3^2 = 9 : 9 = 1$.
- $8 - 1 = 7$.

Ответ: 7.

Проверка. Через степени двойки: $(-4)^3 = -2^6$, $(-2)^{-3} = -2^{-3}$, их произведение $2^3 = 8$. Дальше $8 - 1 = 7$.

Ловушка. $(-3)^2 = 9$, а не -9 : скобки значат, что в квадрат возводят число с минусом. Отрицательный показатель не меняет знак основания: $(-2)^{-3} = -0,125$, а не $0,125$.

Задача D. Корень из степени и степень произведения

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2^6 \cdot 3^4}}{(2^{-1} \cdot 3)^2}$

Что видим. Корень из произведения степеней в числителе и степень произведения в знаменателе.

Правило. Для неотрицательных чисел $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ и $\sqrt{a^2} = a$. Степень произведения равна произведению степеней: $(ab)^n = a^n b^n$.

Алгоритм. числитель: корень из каждого множителя → знаменатель: степень каждого множителя → деление.

Решение по шагам.

- $\sqrt{2^6 \cdot 3^4} = \sqrt{2^6} \cdot \sqrt{3^4} = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$.
- $(2^{-1} \cdot 3)^2 = 2^{-2} \cdot 3^2 = \frac{9}{4} = 2,25$.
- $72 : \frac{9}{4} = 72 \cdot \frac{4}{9} = 32$.

Ответ: 32.

Проверка. Числитель: $\sqrt{64 \cdot 81} = \sqrt{5184} = 72$, так как $72^2 = 5184$. Знаменатель: $(\frac{3}{2})^2 = 2,25$. Частное $72 : 2,25 = 32$.

Ловушка. Корень делит показатель пополам: $\sqrt{2^6} = 2^3$, а не 2^{12} и не 2^6 . В степень возводят каждый множитель: $(2^{-1} \cdot 3)^2 = 2^{-2} \cdot 3^2$, а не $2^{-1} \cdot 3^2$.

Задача Е. Стандартный вид числа и степени десяти

Найдите значение выражения $\frac{3,6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 10^2}$

Что видим. Числа в стандартном виде: десятичные множители и степени десяти с разными показателями.

Правило. При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складывают, при делении вычитают. Десятичные множители и степени десяти считают отдельно.

Алгоритм. числитель: множители отдельно, степени десяти отдельно → знаменатель → сократить степени десяти → разделить множители.

Решение по шагам.

1. Числитель: $3,6 \cdot 5 = 18$; $10^5 \cdot 10^{-3} = 10^2$. Значит числитель равен $18 \cdot 10^2$.

2. Знаменатель: $1,2 \cdot 10^2$.

3. $\frac{18 \cdot 10^2}{1,2 \cdot 10^2} = \frac{18}{1,2} = \frac{180}{12} = 15$ (степени десяти сократились).

Ответ: 15.

Проверка. Без степеней: $3,6 \cdot 10^5 = 360000$, $5 \cdot 10^{-3} = 0,005$, произведение 1800. Знаменатель $1,2 \cdot 10^2 = 120$. $1800 : 120 = 15$.

Ловушка. $10^5 \cdot 10^{-3} = 10^2$ (показатели складывают), а не 10^{-15} и не 10^8 . При делении $18 : 1,2$ переносите запятую в обоих числах: $180 : 12$.

Памятка: степени (задание 8)

Один лист А4. Алгоритм, свойства и запись ответа, чтобы не потерять баллы.

Алгоритм решения задания 8

- 1. Прочитай и разметь. Найди степени, скобки, минусы, дробные черты, корни, числа в стандартном виде.
- 2. Сведи основания. Запиши основания степенями одного числа: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $9 = 3^2$, $0,5 = 2^{-1}$. Составные основания разложи на простые множители: $6 = 2 \cdot 3$, $12 = 2^2 \cdot 3$.
- 3. Раскрой степени. $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^n b^n$; $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$; $a^0 = 1$.
- 4. Собери показатели. Для каждого основания отдельно: умножаешь — показатели складываешь, делишь — вычитаешь. Осторожно со знаком: $m - (-n) = m + n$.
- 5. Вычисли. Возведи в степень последний раз, посчитай оставшиеся действия по порядку: степень, затем умножение и деление, затем сложение и вычитание.
- 6. Проверь. Знак ответа, чётность показателя у отрицательных чисел, ответ — целое или конечная десятичная дробь. Можно проверить на малых числах без приведения к одному основанию.

Свойства степени

Свойство	Пример
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	$5^9 : 5^7 = 5^2 = 25$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$(2^3)^2 = 2^6 = 64$
$(ab)^n = a^n b^n$	$2^4 \cdot 5^4 = 10^4 = 10000$
$a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$7^0 = 1; 2^{-3} = 0,125$
$(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$	$(\frac{2}{3})^{-2} = 2,25$
$(a\sqrt{b})^2 = a^2 b$	$(3\sqrt{2})^2 = 18$

Степени, которые надо знать

$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, 2^6 = 64, 2^7 = 128, 2^8 = 256, 2^9 = 512, 2^{10} = 1024. 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243. 5^2 = 25, 5^3 = 125, 5^4 = 625. 6^2 = 36, 7^2 = 49, 11^2 = 121, 12^2 = 144, 13^2 = 169.$

Как записать ответ в бланк №1

- Задание 8 относится к части 1: проверяется только ответ. Ход решения не смотрят и баллов за него не дают. Решение пиши в черновике или на полях КИМ — на бланк его переносить не нужно.
- Ответ — целое число или конечная десятичная дробь. Десятичная запятая, не точка: 0,125 (не 0.125).
- Без единиц измерения, без знака «=», без слов, без степеней и корней в ответе. Получилось 2^8 — пиши 256. Получилось $\frac{1}{8}$ — пиши 0,125.
- Минус пиши, если число отрицательное: −71. Каждую цифру, запятую и минус — в отдельную клетку по образцу на бланке.
- Пиши в простейшем виде: 4, а не 4,0 и не 04. Если ответ исправляешь, делай это по правилам бланка, аккуратно и разборчиво.
- Переписывая ответ с черновика, сверь знак и запятую: чаще всего баллы теряют именно здесь.

Если степени встретятся в части 2

Здесь ответ без решения не засчитывают. Пиши по порядку: выражение или уравнение; преобразования по шагам, каждое на новой строке (например, $6^4 = 2^4 \cdot 3^4$); промежуточные значения; ответ. Верный ход с одной вычислительной ошибкой обычно оценивают ниже максимума, поэтому после последнего действия пересчитай ещё раз. Подробности смотри в критериях ФИПИ для своего номера.

Типичные потери

Ошибка	Как правильно
Складывают показатели при возведении степени в степень: $(2^3)^2$ записывают как 2^5	$(2^3)^2 = 2^6 = 64$: показатели перемножают
Перемножают показатели при умножении: $2^3 \cdot 2^4$ записывают как 2^{12}	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$: показатели складывают
Умножают основания: $2^3 \cdot 2^4$ записывают как 4^7	Основание остаётся прежним
-3^2 считают равным 9	$-3^2 = -9$; а $(-3)^2 = 9$
2^{-3} считают равным −8	$2^{-3} = \frac{1}{8} = 0,125$: минус в показателе не делает число отрицательным
a^0 считают равным 0	$a^0 = 1$ при $a \neq 0$
Степень суммы считают как сумму степеней: $(2 + 3)^2$ записывают как $4 + 9$	$(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$
$2 \cdot 3^2$ считают равным 36	$2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$: сначала степень
$\sqrt{2^6}$ считают равным 2^{12} или 2^6	$\sqrt{2^6} = 2^3 = 8$: показатель делят на 2
Складывают показатели неверно: $10^5 \cdot 10^{-3}$ записывают как 10^{-15}	$10^5 \cdot 10^{-3} = 10^2$

Домашняя карточка · степени (4 задачи)

Задание 8 ОГЭ. Печать: 1 лист А4.

Фамилия, имя: _____ Дата сдачи: _____

Решайте по алгоритму из памятки: записывайте каждое действие. Найдите значение выражения.

$$1. \frac{27^{-2} \cdot 9^3}{81^{-1} \cdot 3^2}$$

Ответ: _____

2. $\frac{15^3 \cdot 10^{-2}}{3^2 \cdot 5}$

Ответ: _____

3. $(-5)^{-2} \cdot (-10)^3 - (-6)^2 : 4$

Ответ: _____

4. $\frac{7,5 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10}$

Ответ: _____

Ответы и ключевые точки для проверки (отрезать).

1. **Ответ 9.** Всё к основанию 3: $27 = 3^3$, $9 = 3^2$, $81 = 3^4$. Числитель $3^{-6} \cdot 3^6 = 3^0 = 1$; знаменатель $3^{-4} \cdot 3^2 = 3^{-2}$; $1 : 3^{-2} = 3^2 = 9$. Ловушка: $1 : 3^{-2}$ — это 3^2 , а не 3^{-2} .
2. **Ответ 0,75.** Разложить: $15^3 = 3^3 \cdot 5^3$, $10^{-2} = 2^{-2} \cdot 5^{-2}$. Числитель $2^{-2} \cdot 3^3 \cdot 5$; знаменатель $3^2 \cdot 5$; частное $2^{-2} \cdot 3 = \frac{3}{4} = 0,75$. Ловушка: $2^{-2} = 0,25$, а не -4 .
3. **Ответ -49.** $(-5)^{-2} = \frac{1}{25}$ (чётная степень, результат положительный); $(-10)^3 = -1000$; произведение -40 ; $(-6)^2 = 36$; $36 : 4 = 9$; $-40 - 9 = -49$. Ловушка: если принять $(-6)^2$ за -36 , получится -31 .
4. **Ответ 12.** $7,5 \cdot 4 = 30$; $10^4 \cdot 10^{-3} = 10$; числитель 300; знаменатель $2,5 \cdot 10 = 25$; $300 : 25 = 12$. Ловушка: показатели складывают: $10^4 \cdot 10^{-3} = 10^1$, а не 10^{-12} .

Как проверять. Если ответ неверный, найти первое действие, где значение расходится с ключевым, и задать ученику вопрос на это действие (например: «К какому основанию приводим? Чему равна степень с отрицательным показателем?»). Задания 1–4 аналогичны разобранным А, В, С, Е; тип D (корни) отрабатывается в тренажёре и зачётном листе.

Степени (задание 8 ОГЭ)

Разбор в формате диалога «ученик — учитель».
Участники: Учитель и Ученик (9 класс, подготовка к ОГЭ, часть 1, задание 8 «Степень и извлечение корней»). Основные задачи А-Е и задачи для переноса.

Как пользоваться: сначала отвечай сам, потом сверяйся с диалогом. В конце каждой задачи есть задача для самостоятельного решения. Печать: 2 колонки, шрифт 9 pt, экономия бумаги.

Где мы в теме: теория и устный опрос → тест → пятиминутка → этот разбор → тренажёры → зачётный лист → домашняя карточка.

Часть 1. Общий алгоритм (один раз для всех пяти задач)

Учитель: Открой любое задание 8. Что мы видим?

Ученик: Числовое выражение со степенями: иногда с отрицательными показателями, иногда с корнями или числами в стандартном виде. Надо найти значение.

Учитель: Что в ответе?

Ученик: Одно число. В первой части проверяется только ответ, поэтому ошибка в одном знаке показателя стоит всего балла.

Учитель: Тогда назови свойства степени, на которых всё держится, и откуда каждое берётся.

Ученик: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$: степень a^m — это m множителей a , степень a^n — ещё n множителей, всего $m + n$. $a^m : a^n = a^{(m-n)}$: часть множителей сокращается. $(a^m)^n = a^{(mn)}$: берём n групп по m множителей. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$: каждый множитель возводится в степень.

Учитель: А нулевой и отрицательный показатель? Это договорённость или следствие?

Ученик: Следствие. Если $a^m : a^m$ считать по правилу вычитания, получится a^0 , а по смыслу это 1. Значит $a^0 = 1$. Дальше $a^0 : a^n = a^{(-n)}$, а по смыслу это $1 : a^n$. Поэтому $a^{(-n)} = 1/a^n$, а дробь с отрицательным показателем переворачивается: $(p/q)^{(-n)} = (q/p)^n$.

Учитель: Какие ловушки бывают в знаках?

Ученик: Чётная степень отрицательного числа положительна, нечётная отрицательна. В $(-3)^2$ в квадрат возводится число с минусом, поэтому 9. В записи -3^2 минус не в основании, поэтому -9 . Отрицательный показатель знак основания не меняет.

Учитель: Зафиксируем алгоритм, он подходит к любому заданию 8:

1. Разметь выражение: основания, показатели, скобки, знаки, корни, десятичные дроби, дробная черта.
2. Выбери приём: одно основание (или основания — степени одного числа) → свести к одному; составные основания → разложить на простые множители; корни → показатель пополам; стандартный вид → числа и степени десяти отдельно.
3. Преобразуй по свойствам: степень в степень — перемножить показатели; одинаковые основания — сложить или вычесть показатели. Считай показатель в скобках, особенно с минусами.
4. Только потом вычисли значение степени и выполни оставшиеся действия по порядку.
5. Проверь: подстановкой в исходное (хотя бы одним способом по-другому), знаком, размером ответа.

6. Запиши в бланк №1 только число: десятичная запятая, без единиц измерения и знака равенства.

Часть 2. Разбор задач А-Е

Задача А. Приведение к одному основанию, степень степени, отрицательные показатели

Условие: найдите значение выражения $(8^{-3} \cdot 16^2)/(32^{-1} \cdot 4^{-2})$.

Учитель: Что мы видим в этом выражении?

Ученик: Дробь, в числителе и знаменателе произведения степеней. Основания 8, 16, 32, 4 разные, но все они — степени числа 2. Показатели отрицательные.

Учитель: Какое правило нам понадобится и откуда оно?

Ученик: При возведении степени в степень показатели перемножают: $(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складывают, при делении вычитают.

Учитель: Составь план.

Ученик: Все основания к числу 2 → числитель → знаменатель → показатель частного → значение степени.

Учитель: Шаг 1. Запишите 8^{-3} степенью числа 2. Чему равен показатель?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $8 = 2^3$. При возведении степени в степень показатели перемножают: $3 \cdot (-3)$.

Ученик: Получается так: $8^{-3} = (2^3)^{-3} = 2^{-9}$.

Учитель: Шаг 2. Числитель $8^{-3} \cdot 16^2$ равен 2^k . Чему равно k ?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $16 = 2^4$, значит $16^2 = 2^8$. Сложите показатели -9 и 8 .

Ученик: Получается так: $2^{-9} \cdot 2^8 = 2^{-1}$.

Учитель: Шаг 3. Знаменатель $32^{-1} \cdot 4^{-2}$ равен 2^k . Чему равно k ?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $32 = 2^5$, $4 = 2^2$. Получится $2^{-5} \cdot 2^{-4}$.

Ученик: Получается так: $(2^5)^{-1} \cdot (2^2)^{-2} = 2^{-5} \cdot 2^{-4} = 2^{-9}$.

Учитель: Шаг 4. Частное $2^{-1} : 2^{-9}$ равно 2^k . Чему равно k ?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: При делении показатели вычитают: $-1 - (-9)$.

Ученик: Получается так: $-1 - (-9) = -1 + 9 = 8$.

Учитель: Шаг 5. Чему равно 2^8 ?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $2^4 = 16$, значит $2^8 = 16^2$.

Ученик: Получается так: $2^8 = 16^2 = 256$.

Учитель: Запиши цепочку целиком.

Ученик: $8 = 2^3$, $16 = 2^4$, $32 = 2^5$, $4 = 2^2$. Числитель: $8^{-3} \cdot 16^2 = (2^3)^{-3} \cdot (2^4)^2 = 2^{-9} \cdot 2^8 = 2^{-1}$. Знаменатель: $32^{-1} \cdot 4^{-2} = (2^5)^{-1} \cdot (2^2)^{-2} = 2^{-5} \cdot 2^{-4} = 2^{-9}$. Частное: $2^{-1} : 2^{-9} = 2^{(-1 - (-9))} = 2^8 = 256$. **Ответ: 256.**

Учитель: Проверь другим способом.

Ученик: Числитель: $8^{-3} = 1/512$, $16^2 = 256$, произведение $256/512 = 1/2$. Знаменатель: $1/32 \cdot 1/16 = 1/512$. Частное: $1/2 : 1/512 = 256$.

Учитель: Где чаще всего ошибаются?

Ученик: Вычитание отрицательного показателя: $-1 - (-9) = 8$, а не -10 . Ещё одна частая ошибка — перемножить показатели при умножении степеней.

Учитель: Реши самостоятельно: $(4^{-3} \cdot 8^2)/(16^{-1} \cdot 2^3)$.

Задача В. Разные основания: разложение на простые множители

Условие: найдите значение выражения $(12^4 \cdot 6^{-3})/(2^3 \cdot 3)$.

Учитель: Что мы видим в этом выражении?

Ученик: Основания 12 и 6 нельзя свести к одному числу, но оба разлагаются на простые множители 2 и 3. В знаменателе тоже 2 и 3.

Учитель: Какое правило нам понадобится и откуда оно?

Ученик: Степень произведения равна произведению степеней: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$. Показатели складывают только у степеней с одинаковым основанием.

Учитель: Составь план.

Ученик: Разложить основания на простые множители $\rightarrow$ собрать показатели двойки и тройки отдельно $\rightarrow$ разделить $\rightarrow$ вычислить.

Учитель: Шаг 1. Чему равен показатель числа 2 в 12^4 , если $12 = 2^2 \cdot 3$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $12^4 = (2^2 \cdot 3)^4 = (2^2)^4 \cdot 3^4$.

Ученик: Получается так: $(2^2)^4 = 2^8$, а 3^4 остаётся.

Учитель: Шаг 2. Чему равен показатель числа 3 в числителе $12^4 \cdot 6^{-3}$? Из 12^4 получается 3^4 , из $6^{-3} = 3^{-3}$.

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Сложите показатели тройки: $4 + (-3)$.

Ученик: Получается так: $3^4 \cdot 3^{-3} = 3^1$.

Учитель: Шаг 3. Чему равен показатель числа 2 в числителе? Из 12^4 получается 2^8 , из $6^{-3} = 2^{-3}$.

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Сложите показатели двойки: $8 + (-3)$.

Ученик: Получается так: $2^8 \cdot 2^{-3} = 2^5$.

Учитель: Шаг 4. Числитель равен $2^5 \cdot 3$, знаменатель $2^3 \cdot 3$. Чему равен показатель числа 2 в частном?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: При делении показатели вычитают: $5 - 3$.

Ученик: Получается так: $2^5 : 2^3 = 2^2$. Тройки сократились: $3^{(1-1)} = 3^0 = 1$.

Учитель: Шаг 5. Чему равно значение выражения $2^2 \cdot 3^0$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Нулевая степень любого числа, не равного нулю, равна 1.

Ученик: Получается так: $2^2 \cdot 3^0 = 4 \cdot 1 = 4$.

Учитель: Запиши цепочку целиком.

Ученик: $12 = 2^2 \cdot 3$, значит $12^4 = (2^2 \cdot 3)^4 = 2^8 \cdot 3^4$. $6 = 2 \cdot 3$, значит $6^{-3} = 2^{-3} \cdot 3^{-3}$. Числитель: $2^8 \cdot 3^4 \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3} = 2^{(8-3)} \cdot 3^{(4-3)} = 2^5 \cdot 3$. Знаменатель: $2^3 \cdot 3$. Частное: $(2^5 \cdot 3) : (2^3 \cdot 3) = 2^{(5-3)} \cdot 3^{(1-1)} = 2^2 \cdot 3^0 = 4 \cdot 1 = 4$. **Ответ: 4.**

Учитель: Проверь другим способом.

Ученик: Числитель: $12^4 = 20736$, $6^{-3} = 1/216$, значение $20736/216 = 96$. Знаменатель $8 \cdot 3 = 24$. Частное $96 : 24 = 4$.

Учитель: Где чаще всего ошибаются?

Ученик: Нельзя складывать показатели у разных оснований: $12^4 \cdot 6^{-3}$ не равно ни 12^1 , ни 6^1 (значение равно 96). Сначала разложение на простые

множители, потом показатели каждого множителя отдельно.

Учитель: Реши самостоятельно: $(18^3 \cdot 6^{-2})/(2^2 \cdot 3)$.

Задача С. Отрицательные основания, отрицательный показатель, порядок действий

Условие: найдите значение выражения $(-2)^{-3} \cdot (-4)^3 - (-3)^2 : 3^2$.

Учитель: Что мы видим в этом выражении?

Ученик: Отрицательные основания в скобках, один отрицательный показатель, умножение, деление и вычитание. Главная трудность — знаки.

Учитель: Какое правило нам понадобится и откуда оно?

Ученик: Степень отрицательного числа с чётным показателем положительна, с нечётным — отрицательна. $a^{(-n)} = 1/(a^n)$. Сначала возведение в степень, затем умножение и деление слева направо, затем вычитание.

Учитель: Составь план.

Ученик: Каждая степень отдельно (со знаком) $\rightarrow$ умножение и деление $\rightarrow$ вычитание.

Учитель: Шаг 1. Чему равно $(-2)^{-3}$? Ответ запишите десятичной дробью.

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $(-2)^{-3} = 1/((-2)^3)$. Нечётная степень отрицательного числа отрицательна.

Ученик: Получается так: $(-2)^3 = -8$, значит $(-2)^{-3} = 1/(-8) = -0,125$.

Учитель: Шаг 2. Чему равно $(-4)^3$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Нечётный показатель — результат отрицательный. $4^3 = 64$.

Ученик: Получается так: $(-4)^3 = -64$.

Учитель: Шаг 3. Чему равно произведение $-0,125 \cdot (-64)$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Знаки одинаковые. $0,125 = 1/8$.

Ученик: Получается так: $1/8 \cdot 64 = 8$.

Учитель: Шаг 4. Чему равно $(-3)^2 : 3^2$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $(-3)^2 = 9$ и $3^2 = 9$.

Ученик: Получается так: $9 : 9 = 1$.

Учитель: Шаг 5. Чему равно значение выражения $8 - 1$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Последнее действие — вычитание.

Ученик: Получается так: Ответ: 7.

Учитель: Запиши цепочку целиком.

Ученик: $(-2)^{-3} = 1/((-2)^3) = 1/(-8) = -0,125$. $(-4)^3 = -64$. Произведение: $-0,125 \cdot (-64) = 8$ (знаки одинаковые, результат положительный). $(-3)^2 = 9$; $9 : 3^2 = 9 : 9 = 1$. $8 - 1 = 7$. **Ответ: 7.**

Учитель: Проверь другим способом.

Ученик: Через степени двойки: $(-4)^3 = -2^6$, $(-2)^{-3} = -2^{-3}$, их произведение $2^3 = 8$. Дальше $8 - 1 = 7$.

Учитель: Где чаще всего ошибаются?

Ученик: $(-3)^2 = 9$, а не -9 : скобки значат, что в квадрат возводят число с минусом. Отрицательный показатель не меняет знак основания: $(-2)^{-3} = -0,125$, а не $0,125$.

Учитель: Реши самостоятельно: $(-2)^{-4} \cdot (-6)^2 - (-4)^3 : 8$.

Задача D. Корень из степени и степень произведения

Условие: найдите значение выражения $(\sqrt{(2^6 \cdot 3^4)}) / ((2^{-1} \cdot 3)^2)$.

Учитель: Что мы видим в этом выражении?

Ученик: Корень из произведения степеней в числителе и степень произведения в знаменателе.

Учитель: Какое правило нам понадобится и откуда оно?

Ученик: Для неотрицательных чисел $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ и $\sqrt{a^2} = a$. Степень произведения равна произведению степеней: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.

Учитель: Составь план.

Ученик: Числитель: корень из каждого множителя → знаменатель: степень каждого множителя → деление.

Учитель: Шаг 1. Чему равно $\sqrt{(2^6)}$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $2^6 = (2^3)^2$.

Ученик: Получается так: $\sqrt{((2^3)^2)} = 2^3 = 8$.

Учитель: Шаг 2. Чему равно $\sqrt{(3^4)}$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $3^4 = (3^2)^2$.

Ученик: Получается так: $\sqrt{((3^2)^2)} = 3^2 = 9$.

Учитель: Шаг 3. Чему равно значение числителя $\sqrt{(2^6 \cdot 3^4)}$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Корень из произведения равен произведению корней: $8 \cdot 9$.

Ученик: Получается так: $8 \cdot 9 = 72$.

Учитель: Шаг 4. Чему равно $(2^{-1} \cdot 3)^2$? Можно писать дробью, например $9/4$.

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $2^{-1} \cdot 3 = 3/2$. Возведите в квадрат.

Ученик: Получается так: $(3/2)^2 = 9/4 = 2,25$.

Учитель: Шаг 5. Чему равно $72 : 2,25$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $2,25 = 9/4$. Делить на дробь — умножать на обратную.

Ученик: Получается так: $72 \cdot 4/9 = 8 \cdot 4 = 32$.

Учитель: Запиши цепочку целиком.

Ученик: $\sqrt{(2^6 \cdot 3^4)} = \sqrt{(2^6)} \cdot \sqrt{(3^4)} = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$. $(2^{-1} \cdot 3)^2 = 2^{-2} \cdot 3^2 = 9/4 = 2,25$. $72 : 9/4 = 72 \cdot 4/9 = 32$.

Ответ: 32.

Учитель: Проверь другим способом.

Ученик: Числитель: $\sqrt{(64 \cdot 81)} = \sqrt{5184} = 72$, так как $72^2 = 5184$. Знаменатель: $(3/2)^2 = 2,25$. Частное $72 : 2,25 = 32$.

Учитель: Где чаще всего ошибаются?

Ученик: Корень делит показатель пополам: $\sqrt{(2^6)} = 2^3$, а не 2^{12} и не 2^6 . В степень возводят каждый множитель: $(2^{-1} \cdot 3)^2 = 2^{-2} \cdot 3^2$, а не $2^{-1} \cdot 3^2$.

Учитель: Реши самостоятельно: $\sqrt{(2^4 \cdot 3^6)} : (2 \cdot 3^{-1})^2$.

Задача E. Стандартный вид числа и степени десяти

Условие: найдите значение выражения $(3,6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}) / (1,2 \cdot 10^2)$.

Учитель: Что мы видим в этом выражении?

Ученик: Числа в стандартном виде: десятичные множители и степени десяти с разными показателями.

Учитель: Какое правило нам понадобится и откуда оно?

Ученик: При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складывают, при делении вычитают. Десятичные множители и степени десяти считают отдельно.

Учитель: Составь план.

Ученик: Числитель: множители отдельно, степени десяти отдельно → знаменатель → сократить степени десяти → разделить множители.

Учитель: Шаг 1. Чему равно $3,6 \cdot 5$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $36 \cdot 5 = 180$, затем отдели один знак.

Ученик: Получается так: $3,6 \cdot 5 = 18$.

Учитель: Шаг 2. Произведение $10^5 \cdot 10^{-3}$ равно 10^k . Чему равно k ?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Показатели складывают: $5 + (-3)$.

Ученик: Получается так: $10^5 \cdot 10^{-3} = 10^2$.

Учитель: Шаг 3. Чему равно значение числителя $18 \cdot 10^2$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $10^2 = 100$.

Ученик: Получается так: $18 \cdot 100 = 1800$.

Учитель: Шаг 4. Чему равно значение знаменателя $1,2 \cdot 10^2$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: $10^2 = 100$.

Ученик: Получается так: $1,2 \cdot 100 = 120$.

Учитель: Шаг 5. Чему равно $1800 : 120$?

Ученик: Не вижу, с чего начать. Откуда это берётся?

Учитель: Сократите на 10, затем на 12: $180 : 12$.

Ученик: Получается так: $180 : 12 = 15$.

Учитель: Запиши цепочку целиком.

Ученик: Числитель: $3,6 \cdot 5 = 18$; $10^5 \cdot 10^{-3} = 10^2$. Значит числитель равен $18 \cdot 10^2$. Знаменатель: $1,2 \cdot 10^2$. $(18 \cdot 10^2) / (1,2 \cdot 10^2) = 18/1,2 = 180/12 = 15$ (степени десяти сократились). **Ответ: 15.**

Учитель: Проверь другим способом.

Ученик: Без степеней: $3,6 \cdot 10^5 = 360000$, $5 \cdot 10^{-3} = 0,005$, произведение 1800. Знаменатель $1,2 \cdot 10^2 = 120$. $1800 : 120 = 15$.

Учитель: Где чаще всего ошибаются?

Ученик: $10^5 \cdot 10^{-3} = 10^2$ (показатели складывают), а не 10^{-15} и не 10^8 . При делении $18 : 1,2$ переносите запятую в обоих числах: $180 : 12$.

Учитель: Реши самостоятельно: $(2,4 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^6) / (3 \cdot 10^2)$.

Ответы к задачам для самостоятельного решения (для учителя)

A: $2 \cdot B$: 13,5 · C: 10,25 · D: 243 · E: 40.

Ответы на основные задачи: A: 256 · B: 4 · C: 7 · D: 32 · E: 15.

План индивидуального урока, 60 минут

- 0-5 мин. Вход.** Устный опрос: 5 вопросов из теории (рекомендую вопросы про a^0 , $a^{(-n)}$, знак $(-2)^3$ и -2^2 , степень степени). Ошибки записать: они определяют акценты урока.
- 5-15 мин. Теория.** Диалог «Часть 1»: ученик сам выводит a^0 и $a^{(-n)}$ из правила деления и объясняет правило знаков. Учитель фиксирует алгоритм, памятка остаётся перед глазами.

3. **15-25 мин. Разбор в диалоге.** Задача А: учитель только задаёт вопросы, ученик вслух объясняет «откуда это берётся».
4. **25-40 мин. Самостоятельная работа.** Задачи В и С. Ученик записывает каждое действие, учитель молчит и фиксирует ошибки. Затем сверка с разбором и ловушками.
5. **40-50 мин. Пятиминутка.** Вариант А (5-7 минут), проверка по ответам. Четыре и более баллов из пяти: тренажёр с новыми числами; меньше: повторить ловушки, где были ошибки.
6. **50-57 мин. Работа над ошибками и бланк.** Каждая ошибка: какое правило нарушено, переписать верно, решить аналогичное. Потренироваться записывать ответ в бланк №1 (запятая, без единиц).
7. **57-60 мин. Итог и ДЗ.** Ученик называет три ловушки и два признака, по которым выбирает приём. Выдать домашнюю карточку. Самооценка от 1 до 5: «могу объяснить это другому».

Резерв: если урок идёт быстрее, разобрать D (корни) или E (стандартный вид). Если медленнее, пятиминутку перенести на домашнюю работу.

План домашней работы

1. **День 1.** Домашняя карточка: 4 задачи, 20-25 минут. Записывать каждое действие, ответ вносить в бланк по правилам памятки.
2. **Дни 2-3.** Тренажёр с новыми числами: по 5 заданий в день, брать типы, где были ошибки на уроке.
3. **Перед следующим уроком.** 3 вопроса устного опроса, ученик отвечает первым делом (5 минут).
4. **Следующий урок.** Проверка карточки по ключевым точкам из её конца (10 минут), затем зачётный лист (уровни 1 и 2) на оценку; уровень 3 по желанию.
5. **Через неделю.** Три задачи на степени вперемешку с другой темой (дроби, проценты, уравнения), чтобы проверить, что навык удержался.