

Корни: теория и устный опрос

Задание 8 ОГЭ, часть 1. Печать: 2 страницы А4. Определения и свойства даны в формулировках школьного учебника.

Теория

1. Квадратный корень. Арифметическим квадратным корнем из числа a называют неотрицательное число, квадрат которого равен a . Обозначают $\sqrt{a}$, где $a \geq 0$; число a называют подкоренным выражением. $\sqrt{49} = 7$, так как $7 \geq 0$ и $7^2 = 49$. Корень из отрицательного числа не существует. $\sqrt{0} = 0$. При $a \geq 0$ верно $(\sqrt{a})^2 = a$. Для любого числа a верно $\sqrt{a^2} = |a|$: $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7$, а не -7 . Арифметический корень никогда не бывает отрицательным.

2. Квадраты, которые надо знать. $11^2 = 121$, $12^2 = 144$, $13^2 = 169$, $14^2 = 196$, $15^2 = 225$, $16^2 = 256$, $17^2 = 289$, $18^2 = 324$, $19^2 = 361$, $20^2 = 400$, $25^2 = 625$. Десятичные: $0,1^2 = 0,01$; $0,2^2 = 0,04$; $0,3^2 = 0,09$; $0,5^2 = 0,25$; $1,1^2 = 1,21$; $1,2^2 = 1,44$; $1,3^2 = 1,69$; $1,5^2 = 2,25$. Если после запятой под корнем 2 знака, то в ответе 1 знак; если 4 знака, то 2: $\sqrt{0,0049} = 0,07$.

3. Свойства арифметического квадратного корня. Для $a \geq 0$ и $b \geq 0$ верно $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$: корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей. Для $a \geq 0$ и $b > 0$ верно $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$: корень из дроби равен корню из числителя, делённому на корень из знаменателя.

Читая справа налево, эти равенства позволяют перемножать и делить корни: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$. Примеры: $\sqrt{36 \cdot 49} = 6 \cdot 7 = 42$; $\sqrt{12 \cdot 27} = \sqrt{324} = 18$; $\sqrt{72} : \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$; $\sqrt{0,36 \cdot 49} = 0,6 \cdot 7 = 4,2$. **Корень из суммы не равен сумме корней:** $\sqrt{9 + 16} = 5$, а $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$.

4. Вынесение множителя из-под знака корня. При $a \geq 0$ и $b \geq 0$ верно $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$. Чтобы вынести множитель, подкоренное число раскладывают на множитель, являющийся точным квадратом, и остаток: $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$; $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$; $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$. Обратное действие, внесение множителя под знак корня: $3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$. Корни с одинаковым подкоренным выражением называют подобными, их складывают и вычитают как подобные слагаемые: $m\sqrt{a} \pm n\sqrt{a} = (m \pm n)\sqrt{a}$. Поэтому $\sqrt{75} - \sqrt{12} = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. Складывать и вычитать подкоренные числа нельзя: $\sqrt{75} - \sqrt{12}$ не равно $\sqrt{63}$.

5. Произведение и степень корней. По определению $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$. Отсюда $m\sqrt{a} \cdot n\sqrt{a} = mn \cdot a$ и $(m\sqrt{a})^2 = m^2 a$. Примеры: $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 15 \cdot 2 = 30$; $(3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$; $6\sqrt{3} : \sqrt{3} = 6$.

6. Формулы сокращённого умножения с корнями. Разность квадратов: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Квадрат суммы и квадрат разности: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$. Примеры: $(\sqrt{11} + 2\sqrt{7})(\sqrt{11} - 2\sqrt{7}) = 11 - 4 \cdot 7 = -17$; $(\sqrt{7} - 2)^2 = 7 - 4\sqrt{7} + 4 = 11 - 4\sqrt{7}$. Квадрат разности не равен разности квадратов: $(\sqrt{7} - 2)^2$ не равно $7 - 4$.

7. Корень из произведения степеней. При $a \geq 0$ верно $\sqrt{a^{2n}} = a^n$: показатель под корнем делят на 2. Если под корнем произведение степеней, то извлекают корень из каждого множителя: $\sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$. Если основание не является квадратом, число раскладывают на простые множители: $\sqrt{1800} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 30\sqrt{2}$.

8. Порядок действий и запись ответа. Сначала выполняют действия в скобках, затем возведение в степень и извлечение корня, умножение и деление, в последнюю очередь сложение и вычитание. Значение выражения в задании 8 — целое число или конечная десятичная дробь; корень в ответе не остаётся. Если в конце остался знак корня, вернитесь и проверьте решение. Ответ записывают в бланк №1 числом с запятой: 7,5; -17 .

Вопросы для устного опроса

1. Что называют арифметическим квадратным корнем из числа a ? Чему равны $\sqrt{169}$ и $\sqrt{0,81}$?
2. Чему равны $(\sqrt{13})^2$ и $\sqrt{(-5)^2}$? Почему второй результат не равен -5 ?
3. Как извлечь корень из произведения? Чему равен $\sqrt{36 \cdot 49}$?
4. Как перемножить корни? Чему равно $\sqrt{12} \cdot \sqrt{27}$?
5. Как разделить корни? Чему равно $\sqrt{72} : \sqrt{2}$?
6. Верно ли, что $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$? Проверьте.
7. Вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt{75}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{72}$.
8. Чему равна разность $\sqrt{75} - \sqrt{12}$? Почему нельзя вычесть $75 - 12$?
9. Чему равно $(3\sqrt{2})^2$? Что возводится в квадрат?
0. Запишите формулу разности квадратов. Чему равно $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$?
1. Раскройте скобки: $(\sqrt{7} - 2)^2$. Какие слагаемые получаются?
2. Как извлечь корень из степеней? Чему равны $\sqrt{2^6}$ и $\sqrt{3^4 \cdot 5^2}$?
3. Чему равны $\sqrt{1,44}$, $\sqrt{0,0049}$, $\sqrt{0,25}$? Как определить, сколько знаков после запятой в ответе?
4. Чему равны $\sqrt{(-7)^2}$ и $(-\sqrt{7})^2$? Чем отличаются эти записи?

Ответы на вопросы (для учителя).

1. Неотрицательное число, квадрат которого равен а. $\sqrt{169} = 13$; $\sqrt{0,81} = 0,9$.
2. $(\sqrt{13})^2 = 13$; $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$, так как $\sqrt{a^2} = |a|$ и арифметический корень неотрицателен.
3. Равен произведению корней: $\sqrt{36 \cdot 49} = 6 \cdot 7 = 42$.
4. Перемножить подкоренные числа: $\sqrt{12} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{324} = 18$.
5. Разделить подкоренные числа: $\sqrt{72} : \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6$.
6. Нет: $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$, а $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.
7. $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$; $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.
8. $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$. Корни сначала приводят к виду с одинаковым подкоренным числом.
9. $(3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$. В квадрат возводят и коэффициент 3, и корень.
10. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3}) = 7 - 3 = 4$.
11. $(\sqrt{7} - 2)^2 = 7 - 4\sqrt{7} + 4 = 11 - 4\sqrt{7}$.
12. Показатель делят на 2: $\sqrt{2^6} = 2^3 = 8$; $\sqrt{3^4 \cdot 5^2} = 9 \cdot 5 = 45$.
13. $\sqrt{1,44} = 1,2$; $\sqrt{0,0049} = 0,07$; $\sqrt{0,25} = 0,5$. В ответе вдвое меньше знаков после запятой, чем под корнем.
14. $\sqrt{(-7)^2} = 7$; $(-\sqrt{7})^2 = 7$ (минус в скобках, квадрат положителен). Но $-\sqrt{49} = -7$: минус остался перед корнем.