

Разбор 5 задач повышенной сложности · корни

Задание 8 ОГЭ. Печать: 2–3 страницы А4. Интерактивный тренажёр по этим же задачам — в материале 5.

Задача А. Вынесение множителя из-под знака корня, подобные слагаемые

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{75} - \sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

Что видим. Дробь: в числителе разность двух корней, в знаменателе корень. Подкоренные числа разные (75, 12, 3), но $75 = 25 \cdot 3$ и $12 = 4 \cdot 3$, то есть под корнем можно получить множитель 3.

Правило. Вынесение множителя: $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ при $a \geq 0, b \geq 0$. Подобные корни складывают и вычитают как подобные слагаемые: $m\sqrt{b} \pm n\sqrt{b} = (m \pm n)\sqrt{b}$.

Алгоритм. вынести множитель из каждого корня → привести подобные → разделить на $\sqrt{3}$

Решение по шагам.

1. $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$; $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$.

2. Разность: $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (5 - 2)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

3. Деление: $3\sqrt{3} : \sqrt{3} = 3$.

Ответ: 3.

Проверка. $\sqrt{75} \approx 8,660$; $\sqrt{12} \approx 3,464$; разность $\approx 5,196$; $\sqrt{3} \approx 1,732$; $5,196 : 1,732 = 3,000$.

Ловушка. Нельзя вычесть подкоренные числа: $\sqrt{75} - \sqrt{12}$ не равно $\sqrt{63}$. Также частая ошибка — записать $\sqrt{75} = 25\sqrt{3}$ (в коэффициент нужно взять $\sqrt{25} = 5$).

Задача В. Разность квадратов с корнями

Найдите значение выражения $(\sqrt{11} + 2\sqrt{7})(\sqrt{11} - 2\sqrt{7})$

Что видим. Произведение суммы и разности одних и тех же выражений $\sqrt{11}$ и $2\sqrt{7}$.

Правило. Разность квадратов: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Квадрат корня: $(\sqrt{a})^2 = a$; квадрат произведения: $(mb)^2 = m^2b^2$.

Алгоритм. найти a^2 → найти b^2 → вычесть

Решение по шагам.

1. $a = \sqrt{11}$, $b = 2\sqrt{7}$; $a^2 = 11$.

2. $b^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{7})^2 = 4 \cdot 7 = 28$.

3. $a^2 - b^2 = 11 - 28 = -17$.

Ответ: -17.

Проверка. $\sqrt{11} \approx 3,3166$; $2\sqrt{7} \approx 5,2915$; сумма $\approx 8,6081$; разность $\approx -1,9749$; произведение $\approx -17,00$.

Ловушка. $(2\sqrt{7})^2 = 28$, а не 14 и не $4\sqrt{7}$. Ответ получается отрицательным: $11 - 28 = -17$.

Задача С. Квадрат разности и сокращение слагаемых с корнем

Найдите значение выражения $(\sqrt{7} - 2)^2 + 4\sqrt{7}$

Что видим. Квадрат разности с корнем и слагаемое $4\sqrt{7}$. Ответ должен быть числом, значит слагаемые с $\sqrt{7}$ сократятся.

Правило. Квадрат разности: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Алгоритм. раскрыть квадрат → привести подобные

Решение по шагам.

1. $a = \sqrt{7}$, $b = 2$. $a^2 = 7$; $2ab = 2 \cdot \sqrt{7} \cdot 2 = 4\sqrt{7}$; $b^2 = 4$.

2. $(\sqrt{7} - 2)^2 = 7 - 4\sqrt{7} + 4 = 11 - 4\sqrt{7}$.

3. $11 - 4\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 11$.

Ответ: 11.

Проверка. $\sqrt{7} \approx 2,6458$; $\sqrt{7} - 2 \approx 0,6458$; квадрат $\approx 0,4170$; $4\sqrt{7} \approx 10,583$; сумма $\approx 11,000$.

Ловушка. $(\sqrt{7} - 2)^2$ не равно $7 - 4$: потерять удвоенное произведение $2ab$ — самая частая ошибка.

Задача D. Корень из произведения степеней

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2}}{12}$

Что видим. Корень из произведения степеней, затем деление на 12. Все показатели под корнем чётные.

Правило. При $a \geq 0$ верно $\sqrt{a^{2n}} = a^n$, потому что $(a^n)^2 = a^{2n}$. Корень из произведения равен произведению корней.

Алгоритм. корень из каждого множителя $\rightarrow$ перемножить $\rightarrow$ разделить на 12

Решение по шагам.

1. $\sqrt{2^6} = 2^3 = 8$; $\sqrt{3^4} = 3^2 = 9$; $\sqrt{5^2} = 5$.

2. $8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$.

3. $360 : 12 = 30$.

Ответ: 30.

Проверка. $2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2 = 64 \cdot 81 \cdot 25 = 129600$. $360^2 = 129600$, поэтому корень равен 360, а $360 : 12 = 30$.

Ловушка. Показатель делят на 2: $\sqrt{2^6} = 2^3 = 8$. Ошибки: оставить показатель (2^6), вычесть из него 2 или извлечь корень из основания.

Задача E. Корни из десятичных дробей

Найдите значение выражения $\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{40} - \sqrt{0,01 \cdot 25}$

Что видим. Корни из десятичных дробей. Первое произведение корней удобно записать под одним корнем.

Правило. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ при $a \geq 0$, $b \geq 0$. Корень из десятичной дроби: после запятой в ответе вдвое меньше знаков, чем под корнем.

Алгоритм. первое слагаемое под одним корнем $\rightarrow$ второе слагаемое $\rightarrow$ вычесть

Решение по шагам.

1. $\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{1,6 \cdot 40} = \sqrt{64} = 8$.

2. $\sqrt{0,01 \cdot 25} = \sqrt{0,25} = 0,5$ ($0,5^2 = 0,25$).

3. $8 - 0,5 = 7,5$.

Ответ: 7,5.

Проверка. $\sqrt{1,6} \approx 1,2649$; $\sqrt{40} \approx 6,3246$; произведение $\approx 8,000$; $8 - 0,5 = 7,5$.

Ловушка. $\sqrt{0,01} = 0,1$, а не 0,01 и не 0,001. Запятую переносят на вдвое меньше знаков: 0,25 под корнем даёт 0,5.