

Обыкновенные дроби и смешанные числа: теория и устный опрос

Задание 6 ОГЭ, часть 1. Печать: 2 страницы А4.

Теория

1. Обыкновенная дробь, смешанное число. Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называют правильной; если числитель больше знаменателя или равен ему, — неправильной. Число, состоящее из целой части и правильной дроби, называют смешанным числом: $2\frac{3}{4}$. **Основное свойство дроби.** Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, получится равная ей дробь. Деление числителя и знаменателя на их общий делитель, отличный от 1, называют сокращением дроби: $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$.

2. Целая часть и неправильная дробь. Чтобы выделить целую часть неправильной дроби, надо разделить числитель на знаменатель: частное — целая часть, остаток — числитель дробной части. $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$, так как $17 = 5 \cdot 3 + 2$. Чтобы записать смешанное число неправильной дробью, надо целую часть умножить на знаменатель, прибавить числитель и записать сумму над прежним знаменателем: $2\frac{3}{4} = (2 \cdot 4 + 3)/4 = \frac{11}{4}$.

3. Сравнение дробей. Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше. Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше. Чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю. Пример: $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{12}$; наименьший общий знаменатель 24; $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$, $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$, значит $\frac{5}{8} > \frac{7}{12}$.

4. Сложение и вычитание. Чтобы сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить (вычесть) их числители, а знаменатель оставить прежним. Чтобы сложить или вычесть дроби с разными знаменателями, надо привести их к наименьшему общему знаменателю, а затем выполнить действие: $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$. Смешанные числа складывают и вычитают, обращаясь отдельно с целыми и дробными частями. Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, одну единицу из целой части обращают в дробь: $5\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} = 5\frac{2}{6} - 2\frac{5}{6} = 4\frac{8}{6} - 2\frac{5}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$.

5. Умножение. Чтобы умножить дробь на дробь, надо умножить числитель на числитель и знаменатель на знаменатель; первое произведение записать числителем, а второе — знаменателем. Смешанные числа перед умножением записывают неправильными дробями. Сокращать лучше до умножения: $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} = (5 \cdot 9)/(6 \cdot 10) = \frac{3}{4}$. Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо умножить на него числитель: $\frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

6. Деление. Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными: $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{3}$; 2 и $\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$. Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю: $\frac{3}{5} : \frac{3}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} = 2$. Смешанные числа записывают неправильными дробями. Натуральное число n записывают как $n/1$.

7. Порядок действий, знаки, дробная черта. Сначала выполняют действия в скобках; затем умножение и деление слева направо; затем сложение и вычитание слева направо. Произведение и частное двух чисел с одинаковыми знаками положительны, с разными знаками отрицательны. Вычесть число — значит прибавить противоположное ему число: $3 - (-2) = 3 + 2 = 5$. Дробная черта означает деление и заменяет скобки: в выражении, где числитель и знаменатель — выражения, сначала находят значение числителя и значение знаменателя, потом делят.

8. Обыкновенные и десятичные дроби вместе. Чтобы записать обыкновенную дробь десятичной, надо числитель разделить на знаменатель; дробь со знаменателем 10, 100, 1000 записывается десятичной сразу: $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35$. Несократимая дробь равна конечной десятичной тогда и только тогда, когда в разложении её знаменателя есть только простые множители 2 и 5. Если в выражении и обыкновенные, и десятичные дроби, приведите все числа к одной форме. Запомните: $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{5} = 0,2$; $\frac{1}{8} = 0,125$; $\frac{3}{8} = 0,375$; $\frac{1}{20} = 0,05$; $\frac{1}{25} = 0,04$. Ответ задания 6 — целое число или конечная десятичная дробь; получилась дробь вида $\frac{1}{3}$ — проверьте вычисления.

Вопросы для устного опроса

1. Какая дробь называется правильной, какая неправильной? Что такое смешанное число?
2. Запишите $3\frac{2}{5}$ неправильной дробью, а $\frac{17}{5}$ смешанным числом.
3. Сформулируйте основное свойство дроби. Сократите $\frac{18}{24}$.
4. Как сравнить $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{12}$?
5. Как сложить дроби с одинаковыми знаменателями? Чему равно $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$?
6. Как сложить $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$?
7. Как вычесть из $5\frac{1}{3}$ число $2\frac{5}{6}$?
8. Как умножить дробь на дробь? Чему равно $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10}$?
9. Какие числа называют взаимно обратными? Назовите число, обратное $\frac{3}{4}$, числу 2, числу $1\frac{1}{2}$.
10. Как разделить дробь на дробь? Чему равно $\frac{3}{5} : \frac{3}{10}$?
1. В каком порядке считать $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$?
2. Что означает дробная черта в выражении, где в числителе и знаменателе есть действия?
3. Запишите $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{25}$ десятичными дробями.
4. Когда обыкновенная дробь равна конечной десятичной? Приведите пример «да» и «нет».

Ответы на вопросы (для учителя).

1. Правильная: числитель меньше знаменателя.
Неправильная: числитель больше знаменателя или равен ему. Смешанное число: целая часть и правильная дробь, например $2\frac{3}{4}$.
2. $3\frac{2}{5} = (3 \cdot 5 + 2)/5 = \frac{17}{5}$. И обратно: $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$.
3. Числитель и знаменатель можно умножить или разделить на одно и то же натуральное число.
 $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ (делим на 6).
4. Общий знаменатель 24: $\frac{15}{24}$ и $\frac{14}{24}$. Значит $\frac{5}{8} > \frac{7}{12}$.
5. Сложить числители, знаменатель оставить: $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$.
6. Наименьший общий знаменатель 12: $\frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$.
7. $5\frac{1}{3} = 5\frac{2}{6} = 4\frac{8}{6}$; $4\frac{8}{6} - 2\frac{5}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$.
8. Числитель на числитель, знаменатель на знаменатель, сокращая заранее: $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$.
9. Произведение равно 1. Обратные: $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$ ($1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$).
10. Умножить на обратную: $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} = 2$.
11. Сначала умножение: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$. Затем сложение: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
12. Деление, причём числитель и знаменатель — как в скобках: сначала значения числителя и знаменателя, потом деление.
13. $\frac{3}{8} = 0,375$; $\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0,04$.
14. Когда знаменатель несократимой дроби содержит только простые множители 2 и 5. $\frac{7}{20}$ — да (0,35); $\frac{1}{3}$ — нет.