

Разбор 5 задач повышенной сложности · обыкновенные дроби и смешанные числа

Задание 6 ОГЭ. Печать: 2–3 страницы А4.

Задача А. Порядок действий: скобки, затем деление и умножение слева направо; обыкновенные и десятичные дроби вместе

Найдите значение выражения $2\frac{1}{4} : (1\frac{1}{2} - 0,75) \cdot 0,4$

Что видим. Скобки, деление и умножение. В выражении есть и смешанные числа, и десятичные дроби.

Правило. Сначала действия в скобках; затем умножение и деление слева направо. Если в выражении разные виды дробей, приводят их к одной форме: $2\frac{1}{4} = 2,25$; $1\frac{1}{2} = 1,5$.

Алгоритм. скобки → приведение к одной форме → деление → умножение.

Решение по шагам.

1. $1\frac{1}{2} = 1,5$; $1,5 - 0,75 = 0,75$.

2. $2\frac{1}{4} = 2,25$; $2,25 : 0,75 = 3$. Дробями: $\frac{9}{4} : \frac{3}{4} = 3$.

3. $3 \cdot 0,4 = 1,2$.

Ответ: 1,2.

Проверка. Прикидка: $2\frac{1}{4} : 0,75 = 3$ (так как $0,75 \cdot 3 = 2,25$); $3 \cdot 0,4 = 1,2$.

Ловушка. Умножение и деление равноправны и идут слева направо. Если сначала умножить $0,75 \cdot 0,4$, получится $2\frac{1}{4} : 0,3 = 7,5$ вместо 1,2.

Задача В. Смешанные числа с разными знаменателями

Найдите значение выражения $3\frac{5}{6} - 1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{24}$

Что видим. Три смешанных числа, знаменатели 6, 8 и 24 разные.

Правило. Чтобы сложить или вычесть дроби с разными знаменателями, надо привести их к наименьшему общему знаменателю, а затем выполнить действие.

Алгоритм. наименьший общий знаменатель → вычитание → сложение → сокращение → запись десятичной.

Решение по шагам.

1. $\text{НОК}(6, 8, 24) = 24$.

2. $3\frac{20}{24} - 1\frac{9}{24} = 2\frac{11}{24}$.

3. $2 + 2 = 4$; $\frac{11}{24} + \frac{1}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$. Получилось $4\frac{1}{2}$.

4. $\frac{1}{2} = 0,5$, значит $4\frac{1}{2} = 4,5$.

Ответ: 4,5.

Проверка. переведём в 24-е доли: $\frac{92}{24} - \frac{33}{24} + \frac{49}{24} = \frac{108}{24} = 4,5$.

Ловушка. Нельзя складывать и вычитать знаменатели. Сначала общий знаменатель, потом действие. Частая ошибка — не сократить $\frac{12}{24}$ и записать $4\frac{12}{24}$.

Задача С. Отрицательные числа: знаки в произведении, частном и «минус перед отрицательным»

Найдите значение выражения $-\frac{2}{3} \cdot (-4,5) - 1\frac{1}{2} : (-\frac{3}{4})$

Что видим. Умножение и деление отрицательных чисел, затем вычитание.

Правило. Произведение и частное чисел с одинаковыми знаками положительны, с разными знаками отрицательны. Вычесть число — значит прибавить противоположное ему число.

Алгоритм. знак произведения → значение → знак частного → значение → вычитание.

Решение по шагам.

1. $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2} = 3$; знаки одинаковые, значит +3.
2. $\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2$; знаки разные, значит -2.
3. $3 - (-2) = 3 + 2 = 5$.

Ответ: 5.

Проверка. «+» · «+» = «+»; «+» : «-» = «-»; вычитаем отрицательное — прибавляем.

Ловушка. $3 - (-2)$ — это $3 + 2 = 5$. Если записать $3 - 2$, получится 1.

Задача D. Дробная черта: числитель и знаменатель считаются отдельно

Найдите значение выражения
$$\frac{1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 0,75}{3,5 - 2\frac{1}{4}}$$

Что видим. Длинная дробная черта: в числителе и в знаменателе стоят выражения.

Правило. Дробная черта означает деление и заменяет скобки: сначала находят значение числителя и значение знаменателя, затем делят.

Алгоритм. числитель → знаменатель → деление.

Решение по шагам.

1. $0,75 = \frac{3}{4}$; $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$.
2. $1,5 + 0,5 = 2$.
3. $3,5 - 2,25 = 1,25$.
4. $200 : 125 = 1,6$. Проверка: $1,25 \cdot 1,6 = 2$.

Ответ: 1,6.

Проверка. частное · делитель = делимое: $1,6 \cdot 1,25 = 2$.

Ловушка. Нельзя делить отдельные слагаемые числителя на знаменатель. Сначала весь числитель, потом весь знаменатель, потом деление.

Задача Е. Рациональный счёт: вынести общий множитель

Найдите значение выражения $\frac{5}{8} \cdot 3,2 + \frac{3}{8} \cdot 3,2 - 1\frac{1}{4} \cdot 0,4$

Что видим. В двух слагаемых повторяется множитель 3,2; дроби $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{8}$ дают в сумме единицу.

Правило. Распределительное свойство умножения: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$.

Алгоритм. общий множитель $\rightarrow$ сумма в скобках $\rightarrow$ произведение $\rightarrow$ вычитание.

Решение по шагам.

$$1. \frac{5}{8} \cdot 3,2 + \frac{3}{8} \cdot 3,2 = \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8}\right) \cdot 3,2 = 1 \cdot 3,2.$$

$$2. 1 \cdot 3,2 = 3,2.$$

$$3. \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

$$4. 3,2 - 0,5 = 2,7.$$

Ответ: 2,7.

Проверка. $\frac{5}{8} \cdot 3,2 = 2$; $\frac{3}{8} \cdot 3,2 = 1,2$; $2 + 1,2 - 0,5 = 2,7$.

Ловушка. Не нужно считать $\frac{5}{8} \cdot 3,2$ и $\frac{3}{8} \cdot 3,2$ по отдельности: общий множитель выносится, и $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$.