

# Обыкновенные дроби и смешанные числа: теория и устный опрос

Задание 6 ОГЭ, часть 1. Печать: 2 страницы А4.

## Теория

**1. Обыкновенная дробь, смешанное число.** Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называют правильной; если числитель больше знаменателя или равен ему, — неправильной. Число, состоящее из целой части и правильной дроби, называют смешанным числом:  $2\frac{3}{4}$ . **Основное свойство дроби.** Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, получится равная ей дробь. Деление числителя и знаменателя на их общий делитель, отличный от 1, называют сокращением дроби:  $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ .

**2. Целая часть и неправильная дробь.** Чтобы выделить целую часть неправильной дроби, надо разделить числитель на знаменатель: частное — целая часть, остаток — числитель дробной части.  $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$ , так как  $17 = 5 \cdot 3 + 2$ . Чтобы записать смешанное число неправильной дробью, надо целую часть умножить на знаменатель, прибавить числитель и записать сумму над прежним знаменателем:  $2\frac{3}{4} = (2 \cdot 4 + 3)/4 = \frac{11}{4}$ .

**3. Сравнение дробей.** Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше. Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше. Чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, надо привести их к общему знаменателю. Пример:  $\frac{5}{8}$  и  $\frac{7}{12}$ ; наименьший общий знаменатель 24;  $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ ,  $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$ , значит  $\frac{5}{8} > \frac{7}{12}$ .

**4. Сложение и вычитание.** Чтобы сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить (вычесть) их числители, а знаменатель оставить прежним. Чтобы сложить или вычесть дроби с разными знаменателями, надо привести их к наименьшему общему знаменателю, а затем выполнить действие:  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$ . Смешанные числа складывают и вычитают, обращаясь отдельно с целыми и дробными частями. Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, одну единицу из целой части обращают в дробь:  $5\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} = 5\frac{2}{6} - 2\frac{5}{6} = 4\frac{8}{6} - 2\frac{5}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$ .

**5. Умножение.** Чтобы умножить дробь на дробь, надо умножить числитель на числитель и знаменатель на знаменатель; первое произведение записать числителем, а второе — знаменателем. Смешанные числа перед умножением записывают неправильными дробями. Сокращать лучше до умножения:  $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} = (5 \cdot 9)/(6 \cdot 10) = \frac{3}{4}$ . Чтобы умножить дробь на натуральное число, надо умножить на него числитель:  $\frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ .

**6. Деление.** Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными:  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{4}{3}$ ;  $2$  и  $\frac{1}{2}$ ;  $1\frac{1}{2}$  и  $\frac{2}{3}$ . Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю:  $\frac{3}{5} : \frac{3}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} = 2$ . Смешанные числа записывают неправильными дробями. Натуральное число  $n$  записывают как  $n/1$ .

**7. Порядок действий, знаки, дробная черта.** Сначала выполняют действия в скобках; затем умножение и деление слева направо; затем сложение и вычитание слева направо. Произведение и частное двух чисел с одинаковыми знаками положительны, с разными знаками отрицательны. Вычесть число — значит прибавить противоположное ему число:  $3 - (-2) = 3 + 2 = 5$ . Дробная черта означает деление и заменяет скобки: в выражении, где числитель и знаменатель — выражения, сначала находят значение числителя и значение знаменателя, потом делят.

**8. Обыкновенные и десятичные дроби вместе.** Чтобы записать обыкновенную дробь десятичной, надо числитель разделить на знаменатель; дробь со знаменателем 10, 100, 1000 записывается десятичной сразу:  $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35$ . Несо кратимая дробь равна конечной десятичной тогда и только тогда, когда в разложении её знаменателя есть только простые множители 2 и 5. Если в выражении и обыкновенные, и десятичные дроби, приведите все числа к одной форме. Запомните:  $\frac{1}{2} = 0,5$ ;  $\frac{1}{4} = 0,25$ ;  $\frac{3}{4} = 0,75$ ;  $\frac{1}{5} = 0,2$ ;  $\frac{1}{8} = 0,125$ ;  $\frac{3}{8} = 0,375$ ;  $\frac{1}{20} = 0,05$ ;  $\frac{1}{25} = 0,04$ . Ответ задания 6 — целое число или конечная десятичная дробь; получилась дробь вида  $\frac{1}{3}$  — проверьте вычисления.

## Вопросы для устного опроса

1. Какая дробь называется правильной, какая неправильной? Что такое смешанное число?
2. Запишите  $3\frac{2}{5}$  неправильной дробью, а  $\frac{17}{5}$  смешанным числом.
3. Сформулируйте основное свойство дроби. Сократите  $\frac{18}{24}$ .
4. Как сравнить  $\frac{5}{8}$  и  $\frac{7}{12}$ ?
5. Как сложить дроби с одинаковыми знаменателями? Чему равно  $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ ?
6. Как сложить  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ ?
7. Как вычесть из  $5\frac{1}{3}$  число  $2\frac{5}{6}$ ?
8. Как умножить дробь на дробь? Чему равно  $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10}$ ?
9. Какие числа называют взаимно обратными? Назовите число, обратное  $\frac{3}{4}$ , числу 2, числу  $1\frac{1}{2}$ .
10. Как разделить дробь на дробь? Чему равно  $\frac{3}{5} : \frac{3}{10}$ ?
1. В каком порядке считать  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$ ?
2. Что означает дробная черта в выражении, где в числителе и знаменателе есть действия?
3. Запишите  $\frac{3}{8}$  и  $\frac{1}{25}$  десятичными дробями.
4. Когда обыкновенная дробь равна конечной десятичной? Приведите пример «да» и «нет».

## Ответы на вопросы (для учителя).

1. Правильная: числитель меньше знаменателя.  
Неправильная: числитель больше знаменателя или равен ему. Смешанное число: целая часть и правильная дробь, например  $2\frac{3}{4}$ .
2.  $3\frac{2}{5} = (3 \cdot 5 + 2)/5 = \frac{17}{5}$ . И обратно:  $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$ .
3. Числитель и знаменатель можно умножить или разделить на одно и то же натуральное число.  
 $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$  (делим на 6).
4. Общий знаменатель 24:  $\frac{15}{24}$  и  $\frac{14}{24}$ . Значит  $\frac{5}{8} > \frac{7}{12}$ .
5. Сложить числители, знаменатель оставить:  $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ .
6. Наименьший общий знаменатель 12:  $\frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$ .
7.  $5\frac{1}{3} = 5\frac{2}{6} = 4\frac{8}{6}$ ;  $4\frac{8}{6} - 2\frac{5}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$ .
8. Числитель на числитель, знаменатель на знаменатель, сокращая заранее:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$ .
9. Произведение равно 1. Обратные:  $\frac{4}{3}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{2}{3}$  ( $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ).
10. Умножить на обратную:  $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} = 2$ .
11. Сначала умножение:  $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ . Затем сложение:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .
12. Деление, причём числитель и знаменатель — как в скобках: сначала значения числителя и знаменателя, потом деление.
13.  $\frac{3}{8} = 0,375$ ;  $\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0,04$ .
14. Когда знаменатель несократимой дроби содержит только простые множители 2 и 5.  $\frac{7}{20}$  — да (0,35);  $\frac{1}{3}$  — нет.

**числа**

Печать: оба варианта на одном листе А4, разрезать по пунктиру. Ответы внизу отрезать до раздачи.

## Вариант А

Фамилия, имя: 5–7 мин

**1. Вычислите:** а)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$ ; б)  $3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**2. Вычислите:** а)  $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}$ ; б)  $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$ .

[illegible]

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

3. Найдите значение выражения  $(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \cdot 1,6$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Из 24 кг ягод на варенье пошло  $\frac{5}{8}$  всех ягод. Сколько килограммов ягод осталось?

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Найдите значение выражения  $3\frac{1}{3} : (2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3})$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

## Вариант Б

Фамилия, имя: 5–7 мин

**1. Вычислите:** а)  $\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$ ; б)  $4\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**2. Вычислите:** а)  $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{14}$ ; б)  $3\frac{1}{3} : 1\frac{2}{3}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**3.** Найдите значение выражения  $(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}) \cdot 2,4$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

4. В пакете  $2\frac{1}{2}$  кг муки. На пирог ушло  $\frac{3}{5}$  пакета. Сколько килограммов муки осталось?

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Найдите значение выражения  $4\frac{1}{2} : (1\frac{3}{4} - 0,25)$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**Ответы (отрезать до раздачи).**

**Вариант А.** 1) а) 0,7 ( $7/10$ ); б) 1,875 ( $1 \frac{7}{8}$ ); 2) а) 0,75 ( $3/4$ ); б) 2; 3) 2; 4) 9; 5) 4

**Вариант Б.** 1) а) 0,65 (13/20); б) 1,75 (1 3/4); 2) а) 0,25 (1/4); б) 2; 3) 2; 4) 1; 5) 3

**Оценка.** Каждое задание 1-5 — 1 балл (в задачах 1 и 2 — по 0,5 за пункт). 5 баллов — «5»; 4-4,5 — «4»; 3-3,5 — «3»; меньше 3 — повторить правила 4-6 теории. Если верны задачи 1-4, а ошибка в 5 — не вынесена скобка или нарушен порядок действий: вернуться к правилу 7. Ответ дробью или десятичной засчитывается одинаково.

## Разбор 5 задач повышенной сложности · обыкновенные дроби и смешанные числа

Задание 6 ОГЭ. Печать: 2–3 страницы А4.

### Задача А. Порядок действий: скобки, затем деление и умножение слева направо; обыкновенные и десятичные дроби вместе

Найдите значение выражения  $2\frac{1}{4} : (1\frac{1}{2} - 0,75) \cdot 0,4$

**Что видим.** Скобки, деление и умножение. В выражении есть и смешанные числа, и десятичные дроби.

**Правило.** Сначала действия в скобках; затем умножение и деление слева направо. Если в выражении разные виды дробей, приводят их к одной форме:  $2\frac{1}{4} = 2,25$ ;  $1\frac{1}{2} = 1,5$ .

**Алгоритм.** скобки → приведение к одной форме → деление → умножение.

**Решение по шагам.**

1.  $1\frac{1}{2} = 1,5$ ;  $1,5 - 0,75 = 0,75$ .

2.  $2\frac{1}{4} = 2,25$ ;  $2,25 : 0,75 = 3$ . Дробями:  $\frac{9}{4} : \frac{3}{4} = 3$ .

3.  $3 \cdot 0,4 = 1,2$ .

**Ответ: 1,2.**

**Проверка.** Прикидка:  $2\frac{1}{4} : 0,75 = 3$  (так как  $0,75 \cdot 3 = 2,25$ );  $3 \cdot 0,4 = 1,2$ .

**Ловушка.** Умножение и деление равноправны и идут слева направо. Если сначала умножить  $0,75 \cdot 0,4$ , получится  $2\frac{1}{4} : 0,3 = 7,5$  вместо 1,2.

### Задача В. Смешанные числа с разными знаменателями

Найдите значение выражения  $3\frac{5}{6} - 1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{24}$

**Что видим.** Три смешанных числа, знаменатели 6, 8 и 24 разные.

**Правило.** Чтобы сложить или вычесть дроби с разными знаменателями, надо привести их к наименьшему общему знаменателю, а затем выполнить действие.

**Алгоритм.** наименьший общий знаменатель → вычитание → сложение → сокращение → запись десятичной.

**Решение по шагам.**

1. НОК(6, 8, 24) = 24.

2.  $3\frac{20}{24} - 1\frac{9}{24} = 2\frac{11}{24}$ .

3.  $2 + 2 = 4$ ;  $\frac{11}{24} + \frac{1}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ . Получилось  $4\frac{1}{2}$ .

4.  $\frac{1}{2} = 0,5$ , значит  $4\frac{1}{2} = 4,5$ .

**Ответ: 4,5.**

**Проверка.** переведём в 24-е доли:  $\frac{92}{24} - \frac{33}{24} + \frac{49}{24} = \frac{108}{24} = 4,5$ .

**Ловушка.** Нельзя складывать и вычитать знаменатели. Сначала общий знаменатель, потом действие. Частая ошибка — не сократить  $\frac{12}{24}$  и записать  $4\frac{12}{24}$ .

### Задача С. Отрицательные числа: знаки в произведении, частном и «минус перед отрицательным»

Найдите значение выражения  $-\frac{2}{3} \cdot (-4,5) - 1\frac{1}{2} : (-\frac{3}{4})$

**Что видим.** Умножение и деление отрицательных чисел, затем вычитание.

**Правило.** Произведение и частное чисел с одинаковыми знаками положительны, с разными знаками отрицательны. Вычесть число — значит прибавить противоположное ему число.

**Алгоритм.** знак произведения → значение → знак частного → значение → вычитание.

**Решение по шагам.**

1.  $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2} = 3$ ; знаки одинаковые, значит +3.
2.  $\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2$ ; знаки разные, значит -2.
3.  $3 - (-2) = 3 + 2 = 5$ .

**Ответ: 5.**

**Проверка.** «+» · «+» = «+»; «+» : «-» = «-»; вычитаем отрицательное — прибавляем.

**Ловушка.**  $3 - (-2)$  — это  $3 + 2 = 5$ . Если записать  $3 - 2$ , получится 1.

### Задача D. Дробная черта: числитель и знаменатель считаются отдельно

Найдите значение выражения 
$$\frac{1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 0,75}{3,5 - 2\frac{1}{4}}$$

**Что видим.** Длинная дробная черта: в числителе и в знаменателе стоят выражения.

**Правило.** Дробная черта означает деление и заменяет скобки: сначала находят значение числителя и значение знаменателя, затем делят.

**Алгоритм.** числитель → знаменатель → деление.

**Решение по шагам.**

1.  $0,75 = \frac{3}{4}$ ;  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$ .
2.  $1,5 + 0,5 = 2$ .
3.  $3,5 - 2,25 = 1,25$ .
4.  $200 : 125 = 1,6$ . Проверка:  $1,25 \cdot 1,6 = 2$ .

**Ответ: 1,6.**

**Проверка.** частное · делитель = делимое:  $1,6 \cdot 1,25 = 2$ .

**Ловушка.** Нельзя делить отдельные слагаемые числителя на знаменатель. Сначала весь числитель, потом весь знаменатель, потом деление.

### Задача Е. Рациональный счёт: вынести общий множитель

Найдите значение выражения  $\frac{5}{8} \cdot 3,2 + \frac{3}{8} \cdot 3,2 - 1\frac{1}{4} \cdot 0,4$

**Что видим.** В двух слагаемых повторяется множитель 3,2; дроби  $\frac{5}{8}$  и  $\frac{3}{8}$  дают в сумме единицу.

**Правило.** Распределительное свойство умножения:  $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ .

**Алгоритм.** общий множитель  $\rightarrow$  сумма в скобках  $\rightarrow$  произведение  $\rightarrow$  вычитание.

**Решение по шагам.**

$$1. \frac{5}{8} \cdot 3,2 + \frac{3}{8} \cdot 3,2 = \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8}\right) \cdot 3,2 = 1 \cdot 3,2.$$

$$2. 1 \cdot 3,2 = 3,2.$$

$$3. \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

$$4. 3,2 - 0,5 = 2,7.$$

**Ответ: 2,7.**

**Проверка.**  $\frac{5}{8} \cdot 3,2 = 2$ ;  $\frac{3}{8} \cdot 3,2 = 1,2$ ;  $2 + 1,2 - 0,5 = 2,7$ .

**Ловушка.** Не нужно считать  $\frac{5}{8} \cdot 3,2$  и  $\frac{3}{8} \cdot 3,2$  по отдельности: общий множитель выносится, и  $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$ .

Памятка: обыкновенные дроби и смешанные числа (задание 6)

Один лист А4. Алгоритм, правила и запись ответа, чтобы не потерять баллы.

Алгоритм решения задания 6

- 1. **Прочитай и разметь.** Найди скобки, дробные черты, минусы, смешанные числа, десятичные дроби.
- 2. **Выбери форму чисел.** Для умножения и деления запиши смешанные числа неправильными дробями. Если есть десятичные дроби — переведи всё в одну форму:  $1/2 = 0,5$ ;  $1/4 = 0,25$ ;  $3/4 = 0,75$ ;  $1/5 = 0,2$ ;  $1/8 = 0,125$ .
- 3. **Расставь порядок действий.** Скобки; затем  $\times$  и  $:$  слева направо; затем  $+$  и  $-$  слева направо. Дробная черта — это скобки: сначала числитель и знаменатель.
- 4. **Поищи удобный приём.** Общий множитель за скобки; пары  $5/8 + 3/8 = 1$ ; сокращение крест-накрест до умножения.
- 5. **Считай по одному действию.** Складываешь — общий знаменатель; умножаешь — числитель на числитель; делишь — умножь на обратную.
- 6. **Проверь.** Обратным действием (частное  $\cdot$  делитель = делимое), прикидкой, знаком; дробь сокращена?
- 7. **Запиши ответ в бланк.** Число, запятая, без единиц: см. справа.

Правила действий

| Действие                          | Правило                                                               | Пример                                                            |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $+$ и $-$ с разными знаменателями | к наименьшему общему знаменателю                                      | $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$                        |
| Смешанные числа                   | целые и дробные части отдельно; при нехватке — занять единицу         | $5\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} = 2\frac{1}{2}$                      |
| $\times$                          | числитель на числитель, знаменатель на знаменатель; сократить заранее | $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} = \frac{3}{4}$                    |
| $:$                               | умножить на обратную дробь                                            | $\frac{3}{5} : \frac{3}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3} = 2$ |
| Вычитание отрицательного          | прибавить противоположное                                             | $3 - (-2) = 5$                                                    |

Как записать ответ в бланк №1

- Задание 6 проверяет компьютер: считается только число в ответе. Решение не смотрят и баллов за ход не дают.
- Десятичная запятая, не точка: 4,5 (не 4.5).
- Без единиц измерения, без знака «=», без пробелов и слов.
- Минус пиши, если число отрицательное:  $-1,5$ . Каждую цифру, запятую и минус — в отдельную клетку по образцу на бланке.
- Ответ — целое число или конечная десятичная дробь. Получилось  $\frac{9}{2}$  или  $4\frac{1}{2}$  — запиши 4,5.  
  
Получилось  $\frac{1}{3}$  — вернись и проверь вычисления.
- Пиши в простейшем виде: 5, а не 5,0 и не 05.
- Переноса ответ с черновика на бланк, сверь знак и запятую: чаще всего баллы теряют именно здесь.

Если дроби встретятся в части 2

Здесь ответ без решения не засчитывают. Пиши по порядку: 1) выражение или уравнение; 2) преобразования по шагам, каждое действие на новой строке; 3) промежуточные значения; 4) ответ. Верный ход с одной вычислительной ошибкой обычно оценивают ниже максимума, поэтому после последнего действия пересчитай ещё раз. Подробности смотри в критериях ФИПИ для своего номера.

Типичные потери

| Ошибка                                                  | Пример                                                                                                |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Складывают знаменатели                                  | $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{2}{10}$ ; верно $\frac{5}{12}$                                     |
| Умножают целые и дробные части смешанных чисел отдельно | $1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3}$ : верно $\frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} = 4$                         |
| Переворачивают не ту дробь                              | $\frac{3}{5} : \frac{3}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3}$ , а не $\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{10}$ |
| Порядок $\times$ и $:$                                  | $9 : 3 \cdot 2 = 6$ , а не $9 : 6$                                                                    |
| Минус перед отрицательным                               | $3 - (-2) = 5$ , а не 1                                                                               |
| Не сократили дробь                                      | $4\frac{12}{24} \rightarrow 4\frac{1}{2} = 4,5$                                                       |

уровня)

Разноуровневая итоговая работа по заданию 6. Печать: 2 листа А4.

Фамилия, имя: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_ Время: 40 минут. Калькулятор не используется. Ответ записывайте числом с запятой (в уровне 1 допустима обыкновенная дробь).

## Уровень 1 · базовый

1. Вычислите  $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

3. Вычислите  $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Запишите дробь  $\frac{5}{8}$  в виде десятичной.

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

## Уровень 2 · как в экзамене

7. Вычислите  $2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

9. Вычислите  $2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**11.** Найдите значение выражения  $(\frac{3}{4} + \frac{1}{5})$ :  
0,19.

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Вычислите  $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Вычислите  $\frac{3}{4} : \frac{3}{8}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

6. Сравните числа  $\frac{7}{12}$  и  $\frac{5}{9}$ . Поставьте знак  $>$ ,  $<$  или  $=$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**8.** Вычислите  $4\frac{1}{5} - 2\frac{7}{10}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**10.** Вычислите  $3\frac{3}{4} : 1\frac{1}{4}$ .

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**12.** Турист прошёл  $\frac{3}{8}$  всего маршрута, это 12 км. Сколько километров весь маршрут?

[illegible]

Ответ: \_\_\_\_\_

**Уровень 3 · повышенный**

**13.** Найдите значение выражения  $(2\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}) : (\frac{1}{4} + \frac{1}{12})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**15.** Найдите значение выражения  $2,4 \cdot \frac{5}{6} + 0,6 \cdot \frac{5}{6} - 1\frac{1}{5} : 0,3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**14.** Найдите значение выражения

$$\frac{\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} \cdot 0,5}{2\frac{1}{2} - 1,75}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_

**16.** Найдите значение выражения  $-\frac{3}{8} \cdot (-1\frac{1}{3}) - 2\frac{1}{2} : (-1,25)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**Ответы (для учителя).** Уровень 1: 1) 0,55 (11/20); 2) 0,5 (1/2); 3) 0,3 (3/10); 4) 2; 5) 0,625; 6)  $7/12 > 5/9$  ( $21/36 > 20/36$ )

Уровень 2: 7) 4,25 (4 1/4); 8) 1,5 (1 1/2); 9) 3; 10) 3; 11) 5; 12) 32

Уровень 3: 13) 1,5 (1 1/2); 14) 2; 15) -1,5 (-1 1/2); 16) 2,5 (2 1/2).

**Оценка.** 1 балл за верный ответ, всего 16. «5» — 14-16; «4» — 11-13; «3» — 8-10; «2» — меньше 8. Слабый ученик решает уровни 1-2, сильный — уровни 2-3. Ошибки в 1-4 уровня 1 — вернуться к правилам 4-6 теории; в 7-10 уровня 2 — к смешанным числам; в 13-16 — к порядку действий и знакам (правило 7).

Как проверять: если ответ неверный — найти первое действие, где значение расходится с ключевым, и задать ученику вопрос на это действие (например: «Какой общий знаменатель? Какую дробь переворачиваем?»). Задачи 1–4 аналогичны разобранным A–D.

## Обыкновенные дроби и смешанные числа (задание 6 ОГЭ)

### Разбор в формате диалога «ученик — учитель».

Участники: Учитель и Ученик (9 класс, подготовка к ОГЭ, часть 1, задание 6, средний уровень).

**Как пользоваться:** сначала отвечай сам, потом сверяйся с диалогом. В конце каждой задачи — задача для самостоятельного решения. Печать: 2 колонки, шрифт 9 pt, экономия бумаги.

**Где мы в теме:** теория и устный опрос → тест → пятиминутка → этот разбор → тренажёры → зачётный лист → домашняя карточка.

### Часть 1. Общий алгоритм (этапы 1-3, один раз для всех пяти задач)

**Учитель:** Открой любое задание 6. Что мы видим?

**Ученик:** Числовое выражение с обыкновенными дробями и смешанными числами, иногда ещё с десятичными. Надо найти его значение.

**Учитель:** Что дано и что нужно найти?

**Ученик:** Дано выражение. Нужно найти одно число. Единиц измерения нет.

**Учитель:** Какие ловушки бывают в таких заданиях?

**Ученик:** Общий знаменатель, смешанные числа, какую дробь переворачивать при делении, знаки и порядок действий.

**Учитель:** Как формулируется правило сложения дробей с разными знаменателями?

**Ученик:** Приводим к общему знаменателю и складываем числители.

**Учитель:** Точнее по учебнику: чтобы сложить или вычесть дроби с разными знаменателями, надо привести их к наименьшему общему знаменателю, а затем выполнить действие. Откуда берётся общий знаменатель?

**Ученик:** Разлагаю знаменатели на простые множители и беру каждый множитель в наибольшей степени. Для  $6 = 2 \cdot 3$  и  $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$  получается  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ .

**Учитель:** А умножение и деление?

**Ученик:** Умножение: числитель на числитель, знаменатель на знаменатель. Деление: умножаем на дробь, обратную делителю.

**Учитель:** Почему при делении можно перевернуть вторую дробь?

**Ученик:** Потому что деление на число — это умножение на число, обратное ему. Например,  $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$ , поэтому делить на  $\frac{3}{4}$  то же, что умножать на  $\frac{4}{3}$ .

**Учитель:** Зафиксируем алгоритм, он подходит к любому заданию 6:

1. Разметь выражение: скобки, дробная черта, минусы, смешанные числа, десятичные дроби.
2. Выбери форму чисел: для умножения и деления — неправильные дроби; если есть десятичные — всё в одну форму ( $\frac{1}{4} = 0,25$ ;  $\frac{1}{2} = 0,5$ ;  $\frac{1}{8} = 0,125$ ).
3. Расставь порядок действий; ищи общий множитель и сокращения.
4. Считай по одному действию: сложение — общий знаменатель, умножение — с сокращением, деление — умножение на обратную.
5. Проверь: обратным действием, прикидкой, знаком; дробь сокращена?

6. Запиши в бланк №1 только число: десятичная запятая, без единиц; дробь переведи в десятичную.

### Задача А. Порядок действий: скобки, затем деление и умножение слева направо; обыкновенные и десятичные дроби вместе

Найдите значение выражения  $2\frac{1}{4} : (1\frac{1}{2} - 0,75) \cdot 0,4$

#### Этап 1. Что мы видим

**Учитель:** Что мы видим в этом выражении?

**Ученик:** Скобки, деление и умножение. Числа разные: смешанное  $2\frac{1}{4}$ ,  $1\frac{1}{2}$  и десятичные 0,75 и 0,4.

**Учитель:** Как быть с разными видами дробей?

**Ученик:** Привести к одной форме. Здесь удобно в десятичные:  $1\frac{1}{2} = 1,5$  и  $2\frac{1}{4} = 2,25$ .

**Учитель:** Откуда берётся 2,25?

**Ученик:** Целая часть 2 остаётся, а  $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$ . Получается 2,25.

#### Этап 4. Решаем по алгоритму

**Учитель:** Что делаем первым?

**Ученик:** Скобки.  $1,5 - 0,75 = 0,75$ .

**Учитель:** Теперь выражение  $2,25 : 0,75 \cdot 0,4$ . Какое действие следующее?

**Если ученик ответит:** Сначала умножение:  $0,75 \cdot 0,4 = 0,3$ , потом  $2,25 : 0,3 = 7,5$ .

**Учитель:** Прочитай выражение вслух по порядку: «2,25 разделить на 0,75 и результат...» Что делаем с результатом деления?

**Ученик:** Умножаем результат деления на 0,4. Значит, сначала деление.

**Учитель:** Выполни деление и объясни, что делаешь с запятыми.

**Ученик:**  $2,25 : 0,75$ . В делителе два знака после запятой, поэтому переносу запятые на два знака вправо:  $225 : 75 = 3$ .

**Учитель:** Почему так можно?

**Ученик:** Умножаем делимое и делитель на 100, частное не меняется.

**Учитель:** Последнее действие.

**Ученик:**  $3 \cdot 0,4 = 1,2$ .

#### Этап 5. Проверка и ответ

**Учитель:** Как проверить результат?

**Ученик:** Обратными действиями.  $1,2 : 0,4 = 3$ , а  $3 \cdot 0,75 = 2,25$ . Это  $2\frac{1}{4}$ , значит верно.

**Учитель:** Как запишешь ответ в бланк?

**Ученик:** 1,2.

#### Этап 6. Перенос

**Учитель:** По каким признакам узнаёшь такое задание?

**Ученик:** В выражении вместе стоят и обыкновенные, и десятичные дроби. Значит, сначала приводим всё к одной форме, потом идём по порядку действий.

**Учитель:** Реши самостоятельно:  $3\frac{1}{3} : (1\frac{1}{6} - 0,5) \cdot 0,3$ .

## Задача В. Смешанные числа с разными знаменателями

Найдите значение выражения  $3\frac{5}{6} - 1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{24}$

### Этап 1. Что мы видим

**Учитель:** Что мы видим?

**Ученик:** Три смешанных числа, знаменатели 6, 8 и 24 разные. Действия: вычитание и сложение слева направо.

**Учитель:** Какое правило применяем?

**Ученик:** Дроби с разными знаменателями приводим к наименьшему общему знаменателю.

### Этап 4. Решаем по алгоритму

**Учитель:** Найди наименьший общий знаменатель.

**Ученик:**  $6 = 2 \cdot 3$ ,  $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ ,  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ . Наибольшие степени: три двойки и тройка, это 24.

**Учитель:** Приведи  $\frac{5}{6}$  и  $\frac{3}{8}$  к знаменателю 24.

**Ученик:**  $24 : 6 = 4$ , поэтому  $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ .  $24 : 8 = 3$ ,

поэтому  $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ .

**Учитель:** Выполни первое действие.

**Ученик:**  $3\frac{20}{24} - 1\frac{9}{24}$ . Целые части:  $3 - 1 = 2$ .

Дробные:  $\frac{20}{24} - \frac{9}{24} = \frac{11}{24}$ . Получилось  $2\frac{11}{24}$ .

**Учитель:** Нужно ли было занимать единицу?

**Ученик:** Нет, потому что  $\frac{20}{24}$  больше, чем  $\frac{9}{24}$ .

**Учитель:** Второе действие.

**Ученик:**  $2\frac{11}{24} + 2\frac{1}{24}$ . Целые:  $2 + 2 = 4$ . Дробные:  $\frac{11}{24} + \frac{1}{24} = \frac{12}{24}$ . Сокращаю на 12:  $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ . Получилось  $4\frac{1}{2}$ .

Если ученик ответит:  $4\frac{12}{24}$ .

**Учитель:** Можно ли так оставить? Посмотри на дробь  $\frac{12}{24}$ : есть ли у числителя и знаменателя общий делитель?

**Учитель:** Как перейти к ответу для бланка?

**Ученик:**  $\frac{1}{2} = 0,5$ , значит  $4\frac{1}{2} = 4,5$ .

### Этап 5. Проверка и ответ

**Учитель:** Как проверить, что в вычитании мы не ошиблись?

**Ученик:** Перевести всё в 24-е доли целиком:  $3\frac{5}{6} = \frac{92}{24}$ ,  $1\frac{3}{8} = \frac{33}{24}$ ,  $2\frac{1}{24} = \frac{49}{24}$ . Тогда  $92 - 33 + 49 = 108$ , и  $\frac{108}{24} = 4,5$ . Совпало.

**Учитель:** Как запишешь ответ?

**Ученик:** 4,5. Смешанное число  $4\frac{1}{2}$  в бланк не вписывают.

### Этап 6. Перенос

**Учитель:** По каким признакам узнаёшь такое задание?

**Ученик:** Несколько смешанных чисел с разными знаменателями. Ищу наименьший общий знаменатель и считаю целые и дробные части отдельно.

**Учитель:** Реши самостоятельно:  $5\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} + 1\frac{7}{12}$ .

## Задача С. Отрицательные числа: знаки в произведении, частном и «минус перед отрицательным»

Найдите значение выражения  $-\frac{2}{3} \cdot (-4,5) - 1\frac{1}{2} : (-\frac{3}{4})$

### Этап 1. Что мы видим

**Учитель:** Что мы видим?

**Ученик:** Умножение и деление отрицательных чисел, потом вычитание. Числа разные: дробь, десятичная и смешанное.

**Учитель:** Какие правила знаков нужны?

**Ученик:** Одинаковые знаки в произведении и частном дают плюс, разные — минус. А вычесть число — значит прибавить противоположное.

### Этап 4. Решаем по алгоритму

**Учитель:** Сначала произведение  $-\frac{2}{3} \cdot (-4,5)$ . Какой знак?

**Ученик:** Оба множителя отрицательные, значит плюс.

**Учитель:** Найди значение. Что с числом 4,5?

**Ученик:**  $4,5 = \frac{45}{10} = \frac{9}{2}$ . Тогда  $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2}$ . Двойки

сокращаются, 9 и 3 сокращаются на 3. Остаётся  $\frac{3}{1}$ , то есть 3.

**Учитель:** Теперь частное  $1\frac{1}{2} : (-\frac{3}{4})$ . Что делаем со смешанным числом?

**Ученик:** Записываю неправильной дробью:  $1 \cdot 2 + 1 = 3$ , получается  $\frac{3}{2}$ .

**Учитель:** Знак частного?

**Ученик:** Знаки разные, значит минус. Модуль:  $\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{6} = 2$ . Получается  $-2$ .

**Учитель:** Теперь всё выражение:  $3 - (-2)$ .

Если ученик ответит:  $3 - 2 = 1$ .

**Учитель:** Что означает минус перед скобкой с отрицательным числом? Вычесть  $-2$  — это прибавить какое число?

**Ученик:** Прибавить противоположное число, то есть  $+2$ .  $3 + 2 = 5$ .

### Этап 5. Проверка и ответ

**Учитель:** Как проверить знаки?

**Ученик:** Первое произведение: минус на минус даёт плюс. Частное: плюс на минус даёт минус. Вычитаем отрицательное число, значит прибавляем:  $3 + 2 = 5$ .

**Учитель:** Ответ в бланк?

**Ученик:** 5.

### Этап 6. Перенос

**Учитель:** По каким признакам узнаёшь такое задание?

**Ученик:** Отрицательные числа в произведении и в частном, а после них вычитание. Определяю знак каждого действия отдельно.

**Учитель:** Реши самостоятельно:  $-1\frac{1}{2} \cdot (-\frac{2}{3}) - 0,9 : (-1\frac{1}{5})$ .

## Задача D. Дробная черта: числитель и знаменатель считаются отдельно

Найдите значение выражения  $(1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 0,75) / (3,5 - 2\frac{1}{4})$

### Этап 1. Что мы видим

**Учитель:** Что мы видим?

**Ученик:** Длинная дробная черта, а над ней и под ней — выражения.

**Учитель:** Что означает такая черта?

**Ученик:** Деление. И она заменяет скобки: сначала весь числитель, потом весь знаменатель.

### Этап 4. Решаем по алгоритму

**Учитель:** Начни с числителя  $1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 0,75$ . Какое действие первое?

**Ученик:** Умножение:  $\frac{2}{3} \cdot 0,75$ .

**Учитель:** Как его выполнить удобнее всего?

**Ученик:**  $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ , сократил на 25. Тогда  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5$ .

**Учитель:** Числитель целиком.

**Ученик:**  $1,5 + 0,5 = 2$ .

**Учитель:** Знаменатель  $3,5 - 2\frac{1}{4}$ .

**Ученик:**  $2\frac{1}{4} = 2,25$ .  $3,5 - 2,25 = 1,25$ .

**Учитель:** Осталось  $2 : 1,25$ . Как делить на десятичную дробь?

**Ученик:** Переносу запятые на два знака:  $200 : 125 = 1,6$ .

**Если ученик ответит:** Сразу делю  $1\frac{1}{2}$  на 3,5.

**Учитель:** Нет ли здесь скобок, которые ты не увидел? Что стоит над чертой целиком, а что под ней?

### Этап 5. Проверка и ответ

**Учитель:** Как проверить деление?

**Ученик:** Умножить частное на делитель:  $1,6 \cdot 1,25 = 2$ . Получили числитель.

**Учитель:** Ответ в бланк?

**Ученик:** 1,6.

### Этап 6. Перенос

**Учитель:** По каким признакам узнаёшь такое задание?

**Ученик:** Длинная дробная черта, под ней и над ней действия. Считаю отдельно числитель, отдельно знаменатель, потом делю.

**Учитель:** Реши самостоятельно:  $(2\frac{1}{2} + 0,75 \cdot \frac{2}{3}) / (3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4})$ .

## Задача E. Рациональный счёт: вынести общий множитель

Найдите значение выражения  $\frac{5}{8} \cdot 3,2 + \frac{3}{8} \cdot 3,2 - 1\frac{1}{4} \cdot 0,4$

### Этап 1. Что мы видим

**Учитель:** Что мы видим?

**Ученик:** Три произведения. В первых двух повторяется множитель 3,2.

**Учитель:** Какое свойство здесь поможет?

**Ученик:** Распределительное:  $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ . Выношу 3,2 за скобку.

### Этап 4. Решаем по алгоритму

**Учитель:** Что остаётся в скобках?

**Ученик:**  $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$ . Знаменатели одинаковые, складываю числители:  $\frac{8}{8} = 1$ .

**Учитель:** Чему равны первые два слагаемых вместе?

**Ученик:**  $1 \cdot 3,2 = 3,2$ .

**Учитель:** Теперь  $1\frac{1}{4} \cdot 0,4$ . Как считаешь?

**Ученик:**  $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ , а  $0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0,5$ .

**Учитель:** Откуда  $0,4 = \frac{2}{5}$ ?

**Ученик:**  $\frac{4}{10}$  сокращаю на 2: получается  $\frac{2}{5}$ .

**Учитель:** Последнее действие.

**Ученик:**  $3,2 - 0,5 = 2,7$ .

### Этап 5. Проверка и ответ

**Учитель:** Как проверить, не вынося множитель?

**Ученик:** Посчитать в лоб.  $\frac{5}{8} \cdot 3,2 = 2$ , потому что  $3,2 : 8 = 0,4$ , а  $0,4 \cdot 5 = 2$ .

$\frac{3}{8} \cdot 3,2 = 1,2$ . Тогда  $2 + 1,2 - 0,5 = 2,7$ . Совпало, но вынести множитель быстрее.

**Учитель:** Ответ в бланк?

**Ученик:** 2,7.

### Этап 6. Перенос

**Учитель:** По каким признакам узнаёшь такое задание?

**Ученик:** В нескольких слагаемых повторяется один и тот же множитель, а дроби при нём в сумме дают круглое число. Выношу множитель за скобки.

**Учитель:** Реши самостоятельно:  $\frac{7}{8} \cdot 4,8 + \frac{1}{8} \cdot 4,8 - 2\frac{1}{2} \cdot 0,6$ .

## Ответы к задачам для самостоятельного решения (для учителя)

A:  $1,5 (1\frac{1}{2})$  · B: 4 · C:  $1,75 (1\frac{3}{4})$  · D:  $2,4 (2\frac{2}{5})$  · E:  $3,3 (3\frac{3}{10})$ .

Ответы на основные задачи: A: 1,2 · B: 4,5 · C: 5 · D: 1,6 · E: 2,7.

## План индивидуального урока, 60 минут

- 0-5 мин. Вход.** Устный опрос: 5 вопросов из 14 (рекомендую № 2, 4, 6, 9, 12). Ошибки записать, они определяют акценты урока.
- 5-15 мин. Правила.** Диалог «Часть 1»: ученик сам формулирует правило сложения с общим знаменателем, умножения и деления и объясняет, откуда берётся общий знаменатель и почему делим «переворотом». Учитель фиксирует алгоритм. Памятка остаётся перед глазами.

3. **15-35 мин. Разбор в диалоге.** Задачи А, В, С (по 6–7 минут). Учитель только задаёт вопросы. Для слабого ученика — А и В с большим числом мелких шагов; для сильного — С, D и Е, а также вопрос «можно ли быстрее?».
4. **35-45 мин. Самостоятельная работа.** Пятиминутка, вариант А (5–7 минут), проверка вместе по ответам. Четыре и более баллов — тренажёр с новыми числами, 5 задач; меньше — повторить ловушки, где были ошибки.
5. **45-55 мин. Работа над ошибками.** Каждая ошибка: какое правило нарушено, переписать верно, решить аналогичное задание из тренажёра.
6. **55-60 мин. Итог.** Ученик называет два признака, по которым узнаёт задание 6, и три ловушки. Выдать домашнее задание. Самооценка от 1 до 5 по вопросу «могу объяснить это другому».

Резерв: если урок идёт быстрее, разобрать D или Е. Если медленнее, пятиминутку и тренажёр перенести на домашнюю работу.

-----

### **План домашней работы**

---

1. **День 1.** Домашняя карточка: 4 задачи, 20–25 минут. Записывать каждое действие, ответ вносить в бланк по правилам памятки.
2. **Дни 2-3.** Тренажёр с новыми числами: по 5 задач в день, брать типы, где были ошибки на уроке.
3. **Перед следующим уроком.** 3 вопроса устного опроса, ученик отвечает первым делом (5 минут).
4. **Следующий урок.** Начать с проверки карточки по ключевым точкам из её конца (10 минут), затем одна задача на перенос из этого файла.
5. **Через неделю.** Три задачи на обыкновенные дроби вперемешку с другой темой (проценты, уравнения), чтобы проверить, что навык удержался.