

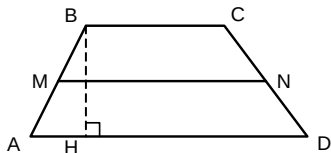
Трапеция: теория и устный опрос

Задания 17–19 (часть 1) и 23–25 (часть 2). Печать: 2 листа А4. Определения и теоремы записаны близко к учебнику Л. С. Атанасяна «Геометрия, 7–9».

1. Трапеция

Трапецией называется четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные стороны называются **основаниями**, а непараллельные — **боковыми сторонами**.

В записи ABCD с основаниями AD и BC: $a = AD$ — большее основание, $b = BC$ — меньшее, $c = AB$ и $d = CD$ — боковые стороны.



$AD \parallel BC$; MN — средняя линия; BH — высота

2. Средняя линия

Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины боковых сторон. **Теорема.** Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме: $m = (a + b) / 2$.

Следствие: сумма оснований равна удвоенной средней линии, $a + b = 2m$. Если известна средняя линия и одно основание, второе находится сразу.

3. Высота и площадь

Высотой трапеции называется перпендикуляр, проведённый из любой точки одного основания к прямой, содержащей другое основание. **Теорема.** Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту: $S = (a + b) / 2 \cdot h = m \cdot h$.

Откуда формула: две одинаковые трапеции складываются в параллелограмм со стороной $a + b$ и высотой h , его площадь $(a + b)h$, половина даёт S .

4. Углы

Сумма углов трапеции, прилежащих к боковой стороне, равна 180° .

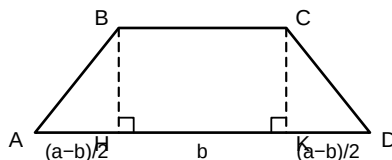
$\angle A + \angle B = 180^\circ$ и $\angle C + \angle D = 180^\circ$: это односторонние углы при $BC \parallel AD$ и секущих AB и CD.

9. Четыре приёма в задачах №23–25

1. **Две высоты.** Трапеция делится на прямоугольник и два прямоугольных треугольника. Нужна равнобедренная или прямоугольная трапеция.
2. **Перенос боковой стороны.** Через вершину провести прямую, параллельную боковой стороне: параллелограмм и треугольник со

5. Равнобедренная трапеция

Трапеция называется **равнобедренной**, если её боковые стороны равны. В равнобедренной трапеции **углы при основании равны и диагонали равны**.



BH и CK — высоты; $AH = KD = (a - b) / 2$

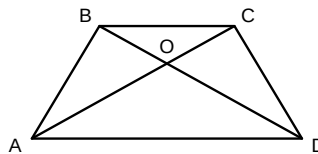
Высота из вершины тупого угла делит большее основание на отрезки $(a - b) / 2$ и $(a + b) / 2$. Из прямоугольного треугольника ABH: $h^2 = c^2 - ((a - b) / 2)^2$.

6. Прямоугольная трапеция

Трапеция называется **прямоугольной**, если один из её углов прямой. Тогда прямые углы два, а меньшая боковая сторона равна высоте.

Большая боковая сторона: $c^2 = h^2 + (a - b)^2$.

7. Диагонали трапеции



O — точка пересечения диагоналей

1. Треугольники BOC и DOA подобны по двум углам, $k = BC : AD$, $AO : OC = AD : BC$.
2. Отношение площадей подобных треугольников равно k^2 .
3. $S(AOB) = S(COD)$, так как $S(ABD) = S(ACD)$.

8. Вписанная и описанная окружности

В выпуклый четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны. Для трапеции: $AD + BC = AB + CD$, и тогда $h = 2r$. Около трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда она равнобедренная.

3. **Перенос диагонали.** Через вершину провести прямую, параллельную диагонали: треугольник со сторонами d_1 , d_2 и $a + b$. Его площадь равна площади трапеции.
4. **Продолжить боковые стороны** до пересечения: получатся подобные треугольники, коэффициент $a : b$.

сторонами c , d и $a - b$. Его высота равна высоте трапеции.

Вопросы для устного опроса (с ответами для учителя)

Опрос — 5 минут в начале урока: выбрать 5–6 вопросов подряд, ответ без подготовки. Ошибку не поправлять сразу, записать и вернуться.

№	Вопрос	Ответ
1	Дайте определение трапеции. Как называются её стороны?	Трапеция — четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные стороны — основания, непараллельные — боковые стороны.
2	Что называется средней линией трапеции?	Отрезок, соединяющий середины боковых сторон.
3	Основания трапеции 6 и 10. Чему равна средняя линия?	$(6 + 10) / 2 = 8$. Средняя линия параллельна основаниям и равна их полусумме.
4	Запишите формулу площади трапеции.	$S = (a + b) / 2 \cdot h = m \cdot h$: полусумма оснований на высоту.
5	Что такое высота трапеции? Сколько высот можно провести?	Перпендикуляр из любой точки одного основания к прямой, содержащей другое основание. Высот бесконечно много, все равны (расстояние между параллельными прямыми).
6	Чему равна сумма двух углов трапеции, прилежащих к боковой стороне? Почему?	180° : это односторонние углы при параллельных основаниях и секущей — боковой стороне.
7	Какая трапеция называется равнобедренной? Два её свойства.	Боковые стороны равны. Углы при основании равны; диагонали равны.
8	Углы при меньшем основании равнобедренной трапеции острые или тупые?	Тупые. Углы при большем основании острые, а угол при меньшем основании дополняет его до 180° .
9	Высота из вершины тупого угла равнобедренной трапеции делит большее основание. На какие отрезки?	Меньший равен $(a - b) / 2$, больший $(a + b) / 2$.
10	Какая трапеция называется прямоугольной? Чему равна её меньшая боковая сторона?	Один из углов прямой (тогда прямые два угла). Меньшая боковая сторона перпендикулярна основаниям и равна высоте.
11	Диагонали трапеции пересекаются в O . Какие два треугольника подобны? Чему равен коэффициент?	$\triangle BOC$ и $\triangle DOA$ (при основаниях), $k = BC : AD$. Тогда $AO : OC = DO : OB = AD : BC$.
12	Какие два из четырёх треугольников при диагоналях имеют равные площади?	$\triangle AOB$ и $\triangle COD$ (при боковых сторонах): $S(\triangle ABD) = S(\triangle ACD)$, вычитаем общий $\triangle AOD$.
13	Когда в трапецию можно вписать окружность? Чему тогда равна высота?	Когда суммы противоположных сторон равны: $AD + BC = AB + CD$. Высота равна диаметру: $h = 2r$.
14	Около какой трапеции можно описать окружность?	Только около равнобедренной.
15	Известны обе боковые стороны и основания. Какое построение помогает найти площадь?	Через вершину провести прямую, параллельную боковой стороне: получится параллелограмм и треугольник со сторонами c , d и $(a - b)$.