

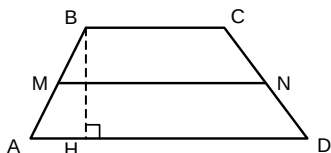
Трапеция: теория и устный опрос

Задания 17–19 (часть 1) и 23–25 (часть 2). Печать: 2 листа А4. Определения и теоремы записаны близко к учебнику Л. С. Атанасяна «Геометрия, 7–9».

1. Трапеция

Трапецией называется четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные стороны называются **основаниями**, а непараллельные — **боковыми сторонами**.

В записи ABCD с основаниями AD и BC: $a = AD$ — большее основание, $b = BC$ — меньшее, $c = AB$ и $d = CD$ — боковые стороны.



$AD \parallel BC$; MN — средняя линия; BH — высота

2. Средняя линия

Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины боковых сторон. **Теорема.** Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме: $m = (a + b) / 2$.

Следствие: сумма оснований равна удвоенной средней линии, $a + b = 2m$. Если известна средняя линия и одно основание, второе находится сразу.

3. Высота и площадь

Высотой трапеции называется перпендикуляр, проведённый из любой точки одного основания к прямой, содержащей другое основание. **Теорема.** Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту: $S = (a + b) / 2 \cdot h = m \cdot h$.

Откуда формула: две одинаковые трапеции складываются в параллелограмм со стороной $a + b$ и высотой h , его площадь $(a + b)h$, половина даёт S .

4. Углы

Сумма углов трапеции, прилежащих к боковой стороне, равна 180° .

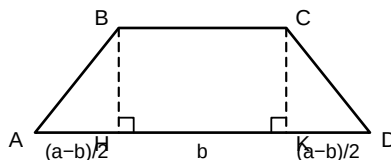
$\angle A + \angle B = 180^\circ$ и $\angle C + \angle D = 180^\circ$: это односторонние углы при $BC \parallel AD$ и секущих AB и CD.

9. Четыре приёма в задачах №23–25

1. **Две высоты.** Трапеция делится на прямоугольник и два прямоугольных треугольника. Нужна равнобедренная или прямоугольная трапеция.
2. **Перенос боковой стороны.** Через вершину провести прямую, параллельную боковой стороне: параллелограмм и треугольник со

5. Равнобедренная трапеция

Трапеция называется **равнобедренной**, если её боковые стороны равны. В равнобедренной трапеции **углы при основании равны и диагонали равны**.



BH и CK — высоты; $AH = KD = (a - b) / 2$

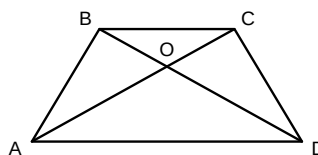
Высота из вершины тупого угла делит большее основание на отрезки $(a - b) / 2$ и $(a + b) / 2$. Из прямоугольного треугольника ABH: $h^2 = c^2 - ((a - b) / 2)^2$.

6. Прямоугольная трапеция

Трапеция называется **прямоугольной**, если один из её углов прямой. Тогда прямые углы два, а меньшая боковая сторона равна высоте.

Большая боковая сторона: $c^2 = h^2 + (a - b)^2$.

7. Диагонали трапеции



O — точка пересечения диагоналей

1. Треугольники BOC и DOA подобны по двум углам, $k = BC : AD$, $AO : OC = AD : BC$.
2. Отношение площадей подобных треугольников равно k^2 .
3. $S(AOB) = S(COD)$, так как $S(ABD) = S(ACD)$.

8. Вписанная и описанная окружности

В выпуклый четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны. Для трапеции: $AD + BC = AB + CD$, и тогда $h = 2r$. Около трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда она равнобедренная.

3. **Перенос диагонали.** Через вершину провести прямую, параллельную диагонали: треугольник со сторонами d_1 , d_2 и $a + b$. Его площадь равна площади трапеции.
4. **Продолжить боковые стороны** до пересечения: получатся подобные треугольники, коэффициент $a : b$.

сторонами c , d и $a - b$. Его высота равна высоте трапеции.

Вопросы для устного опроса (с ответами для учителя)

Опрос — 5 минут в начале урока: выбрать 5–6 вопросов подряд, ответ без подготовки. Ошибку не поправлять сразу, записать и вернуться.

№	Вопрос	Ответ
1	Дайте определение трапеции. Как называются её стороны?	Трапеция — четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные стороны — основания, непараллельные — боковые стороны.
2	Что называется средней линией трапеции?	Отрезок, соединяющий середины боковых сторон.
3	Основания трапеции 6 и 10. Чему равна средняя линия?	$(6 + 10) / 2 = 8$. Средняя линия параллельна основаниям и равна их полусумме.
4	Запишите формулу площади трапеции.	$S = (a + b) / 2 \cdot h = m \cdot h$: полусумма оснований на высоту.
5	Что такое высота трапеции? Сколько высот можно провести?	Перпендикуляр из любой точки одного основания к прямой, содержащей другое основание. Высот бесконечно много, все равны (расстояние между параллельными прямыми).
6	Чему равна сумма двух углов трапеции, прилежащих к боковой стороне? Почему?	180° : это односторонние углы при параллельных основаниях и секущей — боковой стороне.
7	Какая трапеция называется равнобедренной? Два её свойства.	Боковые стороны равны. Углы при основании равны; диагонали равны.
8	Углы при меньшем основании равнобедренной трапеции острые или тупые?	Тупые. Углы при большем основании острые, а угол при меньшем основании дополняет его до 180° .
9	Высота из вершины тупого угла равнобедренной трапеции делит большее основание. На какие отрезки?	Меньший равен $(a - b) / 2$, больший $(a + b) / 2$.
10	Какая трапеция называется прямоугольной? Чему равна её меньшая боковая сторона?	Один из углов прямой (тогда прямые два угла). Меньшая боковая сторона перпендикулярна основаниям и равна высоте.
11	Диагонали трапеции пересекаются в O . Какие два треугольника подобны? Чему равен коэффициент?	$\triangle BOC$ и $\triangle DOA$ (при основаниях), $k = BC : AD$. Тогда $AO : OC = DO : OB = AD : BC$.
12	Какие два из четырёх треугольников при диагоналях имеют равные площади?	$\triangle AOB$ и $\triangle COD$ (при боковых сторонах): $S(\triangle ABD) = S(\triangle ACD)$, вычитаем общий $\triangle AOD$.
13	Когда в трапецию можно вписать окружность? Чему тогда равна высота?	Когда суммы противоположных сторон равны: $AD + BC = AB + CD$. Высота равна диаметру: $h = 2r$.
14	Около какой трапеции можно описать окружность?	Только около равнобедренной.
15	Известны обе боковые стороны и основания. Какое построение помогает найти площадь?	Через вершину провести прямую, параллельную боковой стороне: получится параллелограмм и треугольник со сторонами c , d и $(a - b)$.

Карточки-пятиминутки • трапеция

Два варианта на одном листе А4: вырезать по пунктирной линии. 5 заданий по 1 баллу. «5» — 5 баллов, «4» — 4 балла, «3» — 3 балла.

Вариант А

Фамилия: _____ Время: 7 минут.
Запишите ответ числом.

1. Основания трапеции равны 14 и 22, высота равна 9. Найдите площадь трапеции.

[illegible]

Ответ: _____

2. Средняя линия трапеции равна 17, одно из оснований равно 12. Найдите другое основание.

[illegible]

Ответ: _____

3. В трапеции ABCD с основаниями AD и BC угол A равен 72° . Найдите угол B.

[illegible]

Ответ: _____

4. Основания равнобедренной трапеции равны 9 и 25, боковая сторона равна 17. Найдите высоту трапеции.

[illegible]

Ответ: _____

5. В прямоугольной трапеции основания равны 6 и 15, а меньшая боковая сторона равна 12. Найдите большую боковую сторону.

[illegible]

Ответ: _____

Вариант Б

Фамилия: _____ Время: 7 минут.
Запишите ответ числом.

1. Основания трапеции равны 16 и 26, высота равна 7. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____

2. Средняя линия трапеции равна 19, одно из оснований равно 25. Найдите другое основание.

Ответ: _____

3. Угол при меньшем основании равнобедренной трапеции равен 115° . Найдите угол при большем основании.

[illegible]

Ответ: _____

4. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 32, боковая сторона равна 13. Найдите площадь трапеции.

[illegible]

Ответ: _____

5. В прямоугольной трапеции основания равны 12 и 20, а меньшая боковая сторона равна 15. Найдите большую боковую сторону.

Ответ: _____

Ответы (для учителя). Виды заданий: 1 — площадь по формуле; 2 — средняя линия; 3 — углы при боковой стороне; 4 — равнобедренная: полуразность оснований и теорема Пифагора; 5 — прямоугольная: теорема Пифагора с разностью оснований.

№	Вариант А	Вариант Б
1	162	147
2	22	13
3	108	65
4	15	100
5	15	17

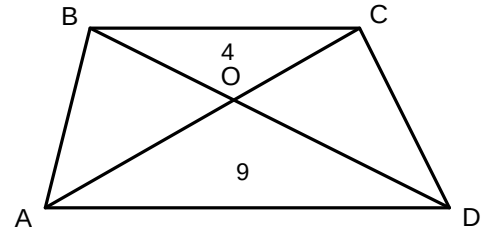
Типичные ошибки: в задаче 4 (А) берут полусумму 17 вместо полуразности $(25 - 9) / 2 = 8$, тогда $h = 15$ из $8^2 + h^2 = 17^2$. В задаче 5 (А) разность оснований $15 - 6 = 9$. В задаче 3 (Б) угол при меньшем основании тупой.

Разбор 5 задач повышенной сложности • трапеция

Задачи 1–4 уровня №23 (вычисление, 2 балла), задача 5 уровня №24 (доказательство, 2 балла). Ответы проверены расчётом по координатам. Задания составлены автором комплекта по типам прототипов, не скопированы из открытого банка.

Задача 1. Диагонали и площади треугольников (№23)

Условие. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями AD и BC пересекаются в точке O. Площади треугольников BOC и AOD равны 4 и 9. Найдите площадь трапеции.



Что видим. Дана трапеция, диагонали разбивают её на четыре треугольника. Известны площади двух треугольников у оснований, нужна площадь всей фигуры. Площади боковых треугольников AOB и COD не даны: их нужно найти.

Идея. Подобие треугольников BOC и DOA даёт отношение AO : OC. Затем общая высота и равенство боковых треугольников.

Решение по шагам.

1. Треугольники BOC и DOA подобны по двум углам: $\angle OBC = \angle ODA$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей BD), $\angle BOC = \angle DOA$ (вертикальные).
2. Площади подобных треугольников относятся как квадрат коэффициента подобия: $k^2 = S(BOC) : S(AOD) = 4 : 9$, значит $k = BC : AD = 2 : 3$. Поэтому $AO : OC = AD : BC = 3 : 2$.
3. Треугольники AOB и BOC имеют общую высоту из вершины B на прямую AC. Их площади относятся как основания AO и OC: $S(AOB) = S(BOC) \cdot AO / OC = 4 \cdot 3/2 = 6$.
4. Треугольники ABD и ACD имеют общее основание AD и равные высоты (расстояние между параллельными BC и AD). Значит, $S(ABD) = S(ACD)$. Вычтем общий треугольник AOD: $S(AOB) = S(COD) = 6$.
5. $S(ABCD) = S(BOC) + S(AOD) + S(AOB) + S(COD) = 4 + 9 + 6 + 6 = 25$.

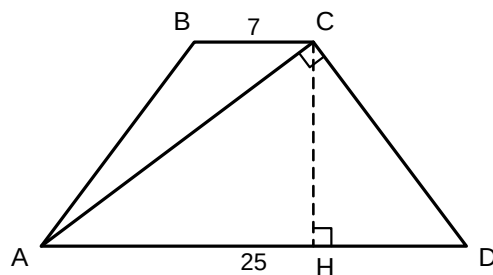
Ответ: 25.

Проверка. Проверка по формуле $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2 = (2 + 3)^2 = 25$. Но эту формулу нет в учебнике: если пользуетесь ею, выведите её по ходу решения, как в шагах 2–4.

Ловушка. Сложить только 4 и 9 и получить 13: забыли два боковых треугольника. Или считать боковые треугольники равными 4 и 9.

Задача 2. Равнобедренная трапеция, диагональ $\perp$ боковой стороне (№23)

Условие. В равнобедренной трапеции основания равны 7 и 25, а диагональ перпендикулярна боковой стороне. Найдите площадь трапеции.



Что видим. Равнобедренная трапеция ABCD, $AD = 25$, $BC = 7$, $AC \perp CD$. Площадь = полусумма оснований на высоту: основания есть, нужна высота. Условие $AC \perp CD$ пока не использовано.

Идея. Провести высоту CH . Из равнобедренности найти HD . Затем треугольник ACD прямоугольный, CH — его высота к гипотенузе.

Решение по шагам.

1. Проведём высоты BK и CH . Прямоугольные треугольники ABK и DCH равны по гипотенузе и катету, поэтому $AK = HD$. $BCHK$ — прямоугольник, $KH = BC = 7$. Значит, $HD = (AD - BC) / 2 = (25 - 7) / 2 = 9$.
2. В треугольнике ACD угол ACD прямой, CH — высота к гипотенузе AD . Квадрат катета равен произведению гипотенузы на проекцию катета: $CD^2 = HD \cdot AD = 9 \cdot 25 = 225$, $CD = 15$.
3. Из прямоугольного треугольника CHD : $CH = \sqrt{CD^2 - HD^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$.
4. $S(ABCD) = (AD + BC) / 2 \cdot CH = (25 + 7) / 2 \cdot 12 = 16 \cdot 12 = 192$.

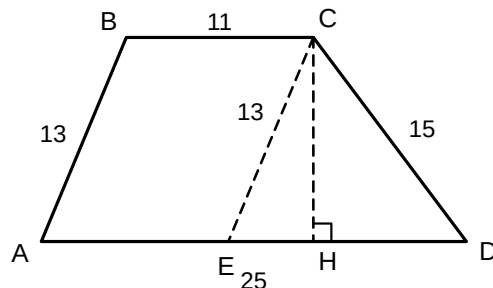
Ответ: 192.

Проверка. Проверка: $CH^2 = AH \cdot HD$. $AH = 25 - 9 = 16$, $16 \cdot 9 = 144 = 12^2$. Верно.

Ловушка. Перепутать отрезки: $HD = (a - b) / 2 = 9$, а $AH = (a + b) / 2 = 16$. Если подставить AH вместо HD , получится $CD = 20$ и неверная высота.

Задача 3. Известны боковые стороны, перенос боковой стороны (№23)

Условие. Основания трапеции равны 11 и 25, а боковые стороны равны 13 и 15. Найдите площадь трапеции.



Что видим. Трапеция ABCD, $AD = 25$, $BC = 11$, $AB = 13$, $CD = 15$. Высоты нет, по боковым сторонам напрямую её не найти: в каждом прямоугольном треугольнике по одной неизвестной.

Идея. Через C провести прямую, параллельную AB . Получится параллелограмм и треугольник со сторонами 13, 14, 15: его площадь и высоту найдём по формуле Герона.

Решение по шагам.

1. Проведём $CE \parallel AB$, E лежит на AD . $ABCE$ — параллелограмм ($BC \parallel AE$ и $AB \parallel CE$). Поэтому $AE = BC = 11$, $CE = AB = 13$, $ED = AD - AE = 25 - 11 = 14$.
2. В треугольнике CED стороны 13, 14, 15. Полупериметр $p = 21$. По формуле Герона $S(CED) = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \sqrt{7056} = 84$.
3. Высота CH треугольника CED к стороне ED : $CH = 2 \cdot 84 / 14 = 12$. Это и высота трапеции (расстояние между BC и AD).
4. $S(ABCD) = (AD + BC) / 2 \cdot CH = (25 + 11) / 2 \cdot 12 = 18 \cdot 12 = 216$.

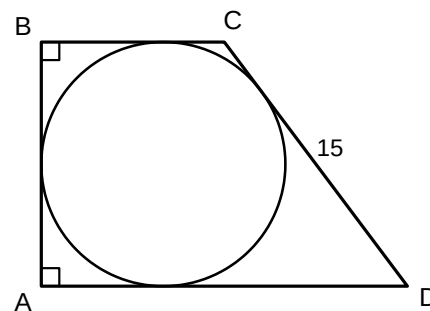
Ответ: 216.

Проверка. Второй способ: пусть $AH_1 = x$ — проекция AB , h — высота. $x^2 + h^2 = 169$ и $(14 - x)^2 + h^2 = 225$. Вычитая, получаем $196 - 28x = 56$, $x = 5$, $h = 12$. Площадь та же.

Ловушка. Искать высоту из одного прямоугольного треугольника: в нём две неизвестные. Нужно второе уравнение или построение, которое замыкает данные в один треугольник.

Задача 4. Прямоугольная трапеция и вписанная окружность (№23)

Условие. Около окружности радиуса 6 описана прямоугольная трапеция, большая боковая сторона которой равна 15. Найдите площадь трапеции.



Что видим. Прямоугольная трапеция ABCD ($\angle A = \angle B = 90^\circ$), в неё вписана окружность $r = 6$, $CD = 15$. Нужна высота (она связана с r) и сумма оснований (она связана со сторонами через описанный четырёхугольник).

Идея. Высота равна диаметру. Сумма оснований равна сумме боковых сторон. Основания по отдельности искать не нужно.

Решение по шагам.

1. Окружность касается обоих оснований, поэтому расстояние между ними равно диаметру: $h = 2r = 12$. В прямоугольной трапеции меньшая боковая сторона перпендикулярна основаниям, значит $AB = h = 12$.
2. Трапеция описана около окружности, поэтому суммы противоположных сторон равны: $AD + BC = AB + CD = 12 + 15 = 27$.
3. $S(ABCD) = (AD + BC) / 2 \cdot h = 27 / 2 \cdot 12 = 162$.

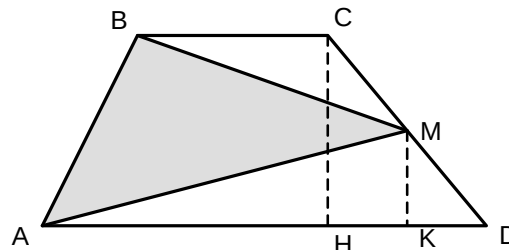
Ответ: 162.

Проверка. Проверка. Проекция CD на основание $\sqrt{15^2 - 12^2} = 9$, поэтому $AD - BC = 9$; вместе с $AD + BC = 27$ получаем $AD = 18$, $BC = 9$. Полупериметр равен 27, и $r = S / p = 162 / 27 = 6$.

Ловушка. Принять высоту за радиус: $h = r = 6$ и получить 81. Высота равна диаметру, то есть $2r$.

Задача 5. Доказательство: площадь треугольника АВМ (№24)

Условие. Точка М — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ABM равна половине площади трапеции.



Что видим. Нужно доказать равенство площадей. Числа не даны, значит, работаем с буквами: основания $AD = a$, $BC = b$, высота h . Доказательство должно быть общим, не для конкретного чертежа.

Идея. Площадь ABM = площадь трапеции минус два треугольника при основаниях: BCM и AMD . Их высоты из M равны $h/2$.

Решение по шагам.

1. Пусть $AD = a$, $BC = b$, высота трапеции $CH = h$, S — площадь трапеции. Треугольник ABM вместе с треугольниками BCM и AMD составляет трапецию, поэтому $S(ABM) = S - S(BCM) - S(AMD)$.
2. Проведём $MK \perp AD$. Прямые CH и MK перпендикулярны AD , поэтому параллельны. M — середина CD , значит, по теореме Фалеса K — середина HD , а MK — средняя линия треугольника CHD : $MK = h / 2$.
3. Расстояние от M до прямой BC равно $h - h/2 = h/2$ ($BC \parallel AD$, расстояние между ними h).
4. $S(BCM) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h/2 = bh/4$ и $S(AMD) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h/2 = ah/4$. Их сумма равна $(a + b)h / 4 = S / 2$, так как $S = (a + b)h / 2$.
5. Тогда $S(ABM) = S - S/2 = S/2$. Что и требовалось доказать.

Что и требовалось доказать.

Ловушка. Доказывать на примере с числами или «по чертежу»: это частный случай, балл не поставят. Не обоснованное «высоты из M равны $h/2$ » тоже считается пробелом: нужен шаг со средней линией.

Памятка · трапеция: алгоритм и оформление (№23-25)

Печать: 1-2 листа А4. Образцы записи внизу.

Алгоритм решения задачи про трапецию

- Чертёж и данные.** Нарисуйте трапецию ABCD, основания AD и BC. Впишите все числа. Чертёж нужен вам: красота чертежа не оценивается.
- Вид трапеции.** Произвольная, равнобедренная, прямоугольная? Есть вписанная или описанная окружность? Диагонали перпендикулярны?
- Построение.** Выберите одно: две высоты; перенос боковой стороны ($a - b, c, d$); перенос диагонали ($a + b, d_1, d_2$); продолжение боковых сторон; диагонали и подобие BOC и DOA.
- Цепочка.** Обозначьте неизвестное буквой и найдите недостающие отрезки по одному, каждый раз называя теорему или свойство.
- Формула.** Запишите $S = (a + b) / 2 \cdot h$ или нужную величину и подставьте числа.
- Проверка и ответ.** Высота меньше боковой стороны, средняя линия между основаниями, ответ отвечает на вопрос задачи (площадь, а не высота). Запишите «Ответ: ...».

Что дано	Построение
Равнобедренная трапеция, даны основания и боковая	Две высоты, $(a - b)/2$, теорема Пифагора
Даны обе боковые стороны	Перенос боковой стороны, треугольник $c, d, a - b$
Даны диагонали и сумма оснований (средняя линия)	Перенос диагонали, треугольник $d_1, d_2, a + b$
Вписанная окружность	$AD + BC = AB + CD$, $h = 2r$
Площади треугольников при диагоналях	Подобие BOC и DOA, площади k^2 , $AOB = COD$

Как оформить, чтобы эксперт не снял баллы

По методическим рекомендациям ФИПИ 2026 (критерии заданий 23-25).

Баллы за №23 и №25 (по 2 балла). 2 балла: ход верный, все шаги выполнены правильно, ответ верный. 1 балл: решение в целом верное, но есть несущественные недостатки или вычислительная ошибка. 0 баллов: всё остальное, в том числе существенная геометрическая ошибка при верном числе.
№24 (доказательство, 2 балла). 2 балла: доказательство верное, все шаги обоснованы. 1 балл: в целом верное, но с несущественными недостатками.

Что эксперту не важно

- Аккуратность чертежа: он только иллюстрация.
- «Дано / Найти» и красивая рамка: оценивается только решение.
- Нерациональный способ и лишние рассуждения.
- Описка, отсутствие значка градуса, не поясняющие слова.
- Ссылки на факты из учебников: доказывать формулу площади трапеции или теорему Пифагора не нужно.

Где теряют баллы

- Вычисления.** Верный ход и арифметическая ошибка дают 1 балл. Пересчитайте всё второй раз.
- Неверное утверждение.** «Высота делит основание пополам» (в равнобедренной трапеции: на $(a - b)/2$ и $(a + b)/2$). «Диагонали трапеции равны» без условия.
- Необоснованный ключевой шаг.** «Треугольники подобны» без углов; «О — середина» без причины.
- Частный случай.** В доказательстве нельзя подставлять числа и ссылаться на чертёж: «видно по рисунку».
- Нетиповой факт без вывода.** Формулу вроде $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$ выведите по ходу решения.

Образец записи №23. Основания трапеции 11 и 25, боковые стороны 13 и 15. Найдите площадь. Пусть $ABCD$ — трапеция, $AD \parallel BC$, $AD = 25$, $BC = 11$, $AB = 13$, $CD = 15$. Проведём $CE \parallel AB$, E на AD . $ABCE$ — параллелограмм ($BC \parallel AE$, $AB \parallel CE$), поэтому $AE = BC = 11$, $CE = AB = 13$, $ED = 25 - 11 = 14$. В треугольнике CED стороны 13, 14, 15, $p = 21$, по формуле Герона $S = \sqrt{(21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6)} = 84$. Высота $CH = 2S / ED = 2 \cdot 84 / 14 = 12$; это высота трапеции. $S(ABCD) = (25 + 11) / 2 \cdot 12 = 216$.
Ответ: 216.

Образец записи №24. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC пересекаются в точке O . Докажите, что $S(AOB) = S(COD)$.
Треугольники ABD и ACD имеют общее основание AD , а их высоты равны, так как $BC \parallel AD$ (расстояние между параллельными прямыми постоянно). Значит, $S(ABD) = S(ACD)$. Но $S(ABD) = S(AOB) + S(AOD)$, $S(ACD) = S(COD) + S(AOD)$. Вычитая $S(AOD)$, получаем $S(AOB) = S(COD)$. Что и требовалось доказать.

Ответ в №23. Единицы измерения не обязательны. Если получилась дробь, оставьте дробь или запишите десятичную, но не округляйте без просьбы в условии.

Зачётный лист · трапеция (3 уровня)

Фамилия, имя: _____ Дата: _____ Время: 45 минут. Уровень 3 оформляйте полностью, как на экзамене. Выполняйте чертёж.

Уровень 1 · на «3» · 5 заданий по 1 баллу

1.1. Основания трапеции равны 12 и 18, высота равна 7. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____

1.2. Средняя линия трапеции равна 15, а основания относятся как 2 : 3. Найдите меньшее основание.

Ответ: _____

1.3. В трапеции ABCD с основаниями AD и BC угол A равен 64° . Найдите угол B.

Ответ: _____

1.4. Периметр равнобедренной трапеции равен 50, боковая сторона равна 11. Найдите среднюю линию трапеции.

Ответ: _____

1.5. В прямоугольной трапеции основания равны 4 и 10, а меньшая боковая сторона равна 8. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____

Уровень 2 · на «4» · 3 задания по 2 балла

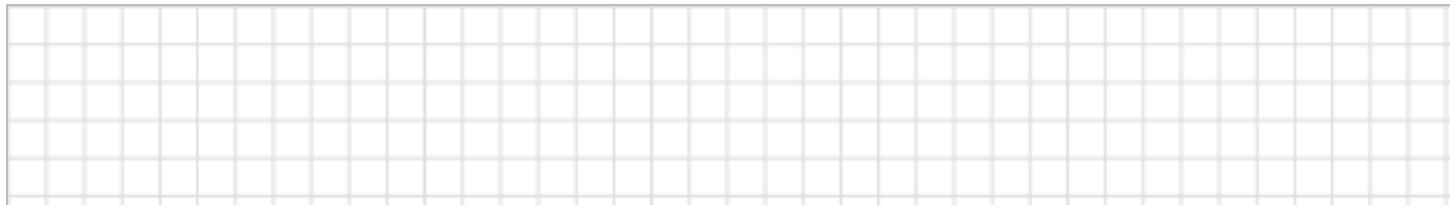
2.1. Основания равнобедренной трапеции равны 13 и 31, боковая сторона равна 15. Найдите площадь трапеции. Запишите решение.

Ответ: _____

2.2. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями AD и BC пересекаются в точке O. Найдите AO, если $AD = 12$, $BC = 8$, $AC = 15$. Запишите решение.

Ответ: _____

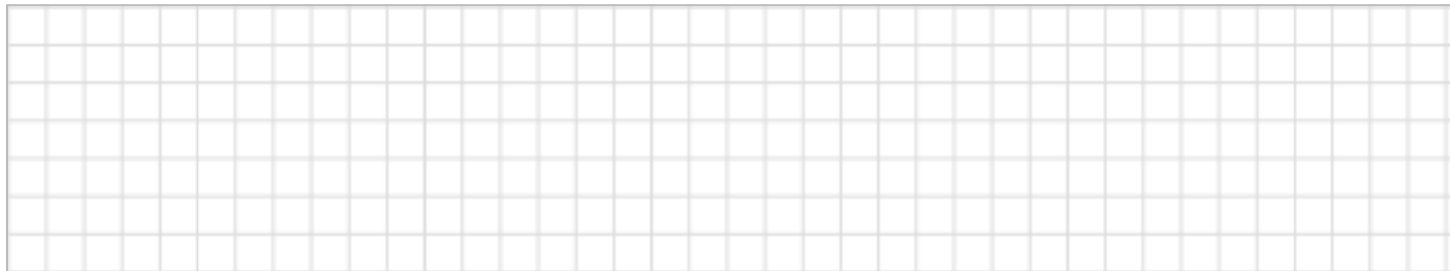
2.3. В равнобедренную трапецию с основаниями 8 и 18 вписана окружность. Найдите радиус этой окружности. Запишите решение.



Ответ: _____

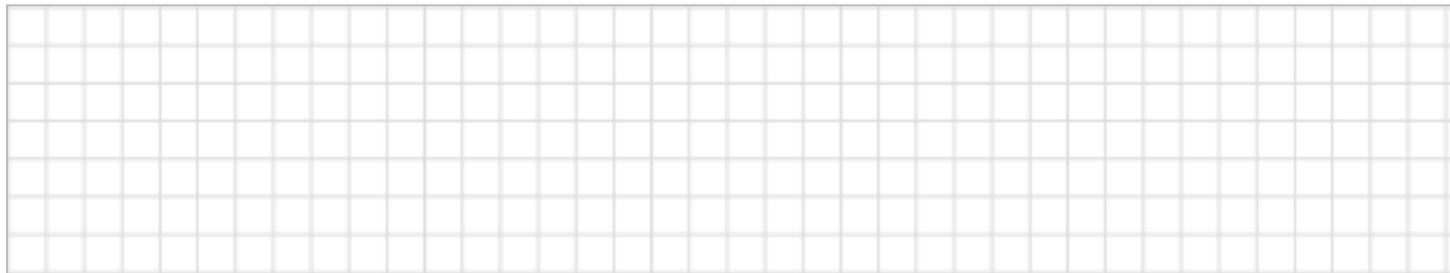
Уровень 3 · на «5» · 3 задания по 2 балла

3.1. Боковые стороны трапеции равны 10 и 17, а основания равны 9 и 30. Найдите площадь трапеции.



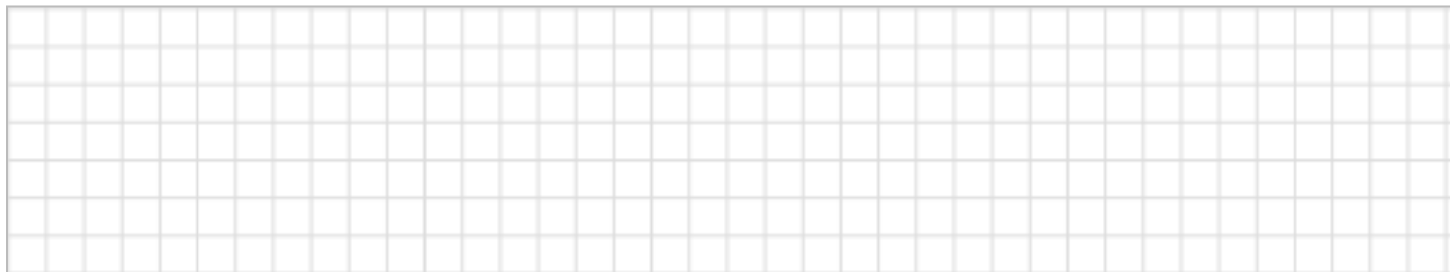
Ответ: _____

3.2. Докажите, что диагонали равнобедренной трапеции равны.



Ответ: _____

3.3. Диагонали трапеции равны 15 и 20, а её средняя линия равна 12,5. Найдите площадь трапеции.



Ответ: _____

Ответы и ключевые точки проверки (для учителя).

№	Ответ	Ключевые точки
1.1	105	$(12 + 18)/2 \cdot 7 = 15 \cdot 7$.
1.2	12	$a + b = 2m = 30$, части $2x$ и $3x$: $5x = 30$, $x = 6$, меньшее 12.
1.3	116	$\angle A + \angle B = 180^\circ$: $180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$.
1.4	14	$a + b = 50 - 2 \cdot 11 = 28$, $m = 14$.
1.5	56	$(4 + 10)/2 \cdot 8 = 7 \cdot 8$. Меньшая боковая сторона равна высоте.
2.1	264	$(31 - 13)/2 = 9$, $h = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$, $S = (13 + 31)/2 \cdot 12 = 264$.
2.2	9	ВОС и DOA подобны, $AO : OC = AD : BC = 12 : 8 = 3 : 2$, $AO = 15 \cdot 3/5 = 9$.
2.3	6	Равнобедренная, описанная: боковая сторона $= (8 + 18)/2 = 13$. $(18 - 8)/2 = 5$, $h = \sqrt{169 - 25} = 12$, $r = h/2 = 6$.
3.1	156	$CE \parallel AB$, Е на AD: $AE = BC = 9$, $CE = AB = 10$, $ED = 30 - 9 = 21$. Треугольник CED: 10, 17, 21, $p = 24$, $S = \sqrt{24 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 3} = 84$, $CH = 2 \cdot 84 / 21 = 8$. $S = (9 + 30)/2 \cdot 8 = 156$.
3.2	доказательство	Треугольники ABD и DCA: $AB = CD$ (дано), AD общая, $\angle BAD = \angle CDA$ (углы при основании равнобедренной трапеции). Значит, $\triangle ABD = \triangle DCA$ по двум сторонам и углу между ними, $BD = CA$. Если свойство углов не принято без доказательства, обосновать через высоты BK и CH.
3.3	150	$a + b = 2 \cdot 12,5 = 25$. Через С проведём $CE \parallel BD$, Е на прямой AD: BCED — параллелограмм, $DE = BC$, $CE = BD = 20$, $AE = AD + BC = 25$. В треугольнике ACE: $15^2 + 20^2 = 25^2$, он прямоугольный, $S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150$. $S(ACE) = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot h = \frac{1}{2} (a + b) h = S(ABCD)$.

Баллы. Максимум 17 (5 + 6 + 6). Уровни 2 и 3: 2 балла — верный ход, верный ответ или полное доказательство; 1 балл — решение в целом верное, но несущественные недостатки или вычислительная ошибка; 0 — иначе (критерии по методорекомендациям ФИПИ 2026).

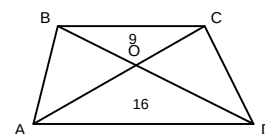
Оценка (предложение, подстройте под ученика). «3» — уровень 1 не меньше 3 баллов. «4» — уровень 1 не меньше 4 баллов и уровень 2 не меньше 4 баллов. «5» — уровни 1 и 2 как для «4» и уровень 3 не меньше 4 баллов. Если уровень 1 ниже 3 баллов: вернуться к теории (правила 1-6) и повторить пятиминутку.

Домашняя карточка • трапеция (№23)

Фамилия, имя: _____ Дата: _____

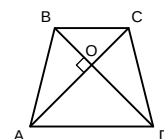
Оформите каждую задачу полностью, как на экзамене: чертёж, ход решения с обоснованием шагов, ответ. Образец записи — в памятке.

1. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями AD и BC пересекаются в точке O. Площади треугольников BOC и AOD равны 9 и 16. Найдите площадь трапеции.



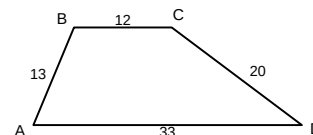
Ответ: _____

2. В равнобедренной трапеции основания равны 12 и 20, а диагонали перпендикулярны. Найдите площадь трапеции.



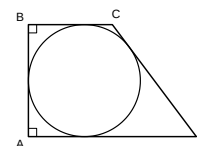
Ответ: _____

3. Основания трапеции равны 12 и 33, а боковые стороны равны 13 и 20. Найдите площадь трапеции.



Ответ: _____

4. Около окружности радиуса 4 описана прямоугольная трапеция, большая боковая сторона которой равна 10. Найдите площадь трапеции.



Ответ: _____

Ответы и ключевые точки проверки (для учителя и родителей).

1) 49. (диагонали и площади (как задача 1)) Ключевые точки: Треугольники BOC и DOA подобны, $k^2 = 9/16$, $k = 3/4$, $AO : OC = 4 : 3$. $S(AOB) = 9 \cdot 4/3 = 12$ (общая высота из B). $S(COD) = S(AOB) = 12$ ($S(ABD) = S(ACD)$). Сумма: $9 + 16 + 12 + 12 = 49$.

2) 256. (равнобедренная, диагонали $\perp$ (чертёж и высота)) Ключевые точки: O — точка пересечения диагоналей. Треугольники ABD и DCA равны, поэтому $\angle OAD = \angle ODA$ и $OA = OD$. Угол AOD прямой, значит, треугольник AOD равнобедренный прямоугольный: высота из O на AD равна $AD/2 = 10$. Так же высота из O на BC равна $BC/2 = 6$. Высота трапеции $10 + 6 = 16$, $S = (12 + 20)/2 \cdot 16 = 256$. (Общее правило: у такой трапеции высота равна полусумме оснований, $S = h^2$.)

3) 270. (боковые стороны, перенос боковой стороны (как задача 3)) Ключевые точки: $CE \parallel AB$, E на AD : $ABCE$ — параллелограмм, $AE = 12$, $CE = 13$, $ED = 33 - 12 = 21$. Треугольник CED со сторонами $13, 20, 21$: $p = 27$, $S = \sqrt{(27 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 6)} = 126$. Высота $CH = 2 \cdot 126 / 21 = 12$. $S = (12 + 33)/2 \cdot 12 = 270$.

4) 72. (вписанная окружность в прямоугольную трапецию (как задача 4)) Ключевые точки: Высота равна диаметру: $h = 8$, $AB = 8$. Описанный четырёхугольник: $AD + BC = AB + CD = 8 + 10 = 18$. $S = 18/2 \cdot 8 = 72$. Проверка: $AD - BC = \sqrt{(10^2 - 8^2)} = 6$, значит $AD = 12$, $BC = 6$; $r = S/p = 72/18 = 4$.

Как проверять. Ответ без хода решения не засчитывается. Ход верный, а ошибка в вычислении — 1 балл из 2. Задача 1: проверить, что подобие обосновано (углы при $BC \parallel AD$) и найдены оба боковых треугольника. Задача 2: проверить, что показано $OA = OD$, а не принято на глаз. Задача 3: проверить, что параллелограмм обоснован ($BC \parallel AE$ и $AB \parallel CE$). Задача 4: типичная ошибка — принять высоту за радиус, получится 18 вместо 72.

Трапеция (задания 17-19 и 23-25 ОГЭ)

Разбор в формате диалога «ученик — учитель». Участники: Учитель и Ученик (9 класс, подготовка к ОГЭ, геометрия). Пять основных задач (1-5) совпадают с материалами «Разбор 5 задач» и «Тренажёр по шагам». В конце каждой задачи есть вопрос на перенос.

Как пользоваться: сначала отвечай сам, потом сверяйся с диалогом. Печать: 2 колонки, шрифт 9 pt, экономия бумаги.

Где мы в теме: теория и устный опрос → тест → пятиминутка → этот разбор → тренажёры → зачётный лист → домашняя карточка.

Часть 1. Откуда берутся формулы

Учитель: Что такое трапеция?

Ученик: Четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные — основания, остальные — боковые стороны.

Учитель: Зачем в определении «две другие не параллельны»?

Ученик: Чтобы параллелограмм не считался трапецией. У параллелограмма обе пары сторон параллельны. Так сказано в учебнике Атанасяна, по нему и пишут решения.

Учитель: Что такое средняя линия и чему она равна?

Ученик: Отрезок, который соединяет середины боковых сторон. Он параллелен основаниям и равен их полусумме: $m = (a + b) / 2$.

Учитель: Откуда это берётся? Не верь формуле на слово.

Ученик: Пусть в трапеции ABCD основания AD и BC, N — середина CD, M — середина AB. Проведу прямую BN и продолжу до пересечения с прямой AD в точке E. Треугольники BCN и EDN равны: CN = ND, углы при N вертикальные, углы BCN и EDN накрест лежащие при BC || AD. Значит, BN = NE и DE = BC. Тогда MN — средняя линия треугольника ABE: она параллельна AE и равна половине AE. А AE = AD + DE = AD + BC. Поэтому MN = (AD + BC) / 2.

Учитель: Откуда формула площади?

Ученик: Диагональ делит трапецию на два треугольника. У одного основание AD и высота h, у другого основание BC и та же высота h, потому что BC || AD. $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h + \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = (a + b) / 2 \cdot h$. То есть средняя линия на высоту.

Учитель: Почему в равнобедренной трапеции высота отсекает именно (a - b) / 2?

Ученик: Опускаю две высоты из вершин меньшего основания. Получается прямоугольник со стороной b посередине и два прямоугольных треугольника по бокам. Треугольники равны по гипотенузе и катету, значит, их горизонтальные катеты равны. На них вместе приходится a - b, на каждый по (a - b) / 2.

Учитель: А почему для вписанной окружности суммы противоположных сторон равны?

Ученик: Из каждой вершины к окружности идут две касательные, и они равны. Если обозначить отрезки касательных x, y, z, t по вершинам, то AB + CD = (x + y) + (z + t), и BC + AD = (y + z) + (t + x). Обе суммы равны x + y + z + t. И высота равна диаметру, потому что окружность касается обоих оснований.

Часть 2. Общий алгоритм

Учитель: Открой любую задачу про трапецию во второй части. С чего начнёшь?

Ученик: С чертежа. Рисую трапецию ABCD, основания AD и BC, вношу все данные.

Учитель: Что ты определяешь потом?

Ученик: Вид трапеции: равнобедренная, прямоугольная или произвольная. Есть ли окружность. Какие данные: стороны, диагонали, площади.

Учитель: И как из этого выбирается построение?

Ученик: Равнобедренная или прямоугольная: две высоты. Даны обе боковые стороны: через вершину провожу прямую, параллельную боковой, и получаю треугольник со сторонами c, d и a - b. Даны диагонали и сумма оснований: сдвигаю диагональ, получаю треугольник со сторонами d₁, d₂ и a + b. Даны площади треугольников у диагоналей: подобие. Есть окружность: суммы сторон и h = 2r.

Учитель: Что в конце?

Ученик: Формула площади или нужной величины, подставляю числа. Проверяю: высота меньше боковой стороны, ответ отвечает на вопрос задачи. Записываю «Ответ».

Часть 3. Пять задач

Задача 1. Диагонали и площади треугольников (№23)

Условие. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями AD и BC пересекаются в точке O. Площади треугольников BOC и AOD равны 4 и 9. Найдите площадь трапеции.

Учитель: Что мы видим?

Ученик: Диагонали делят трапецию на четыре треугольника. Известны два, у оснований: BOC и AOD. Нужны ещё два, боковые AOB и COD.

Учитель: Что связывает треугольники BOC и AOD?

Ученик: Они подобны по двум углам. Угол OBC равен углу ODA как накрест лежащие при BC || AD и секущей BD. Углы при точке O вертикальные.

Учитель: Что даёт подобие?

Ученик: Площади подобных треугольников относятся как квадрат коэффициента подобия. $k^2 = 4 : 9$, значит $k = BC : AD = 2 : 3$. Сходственные стороны пропорциональны, поэтому AO : OC = AD : BC = 3 : 2.

Учитель: Как найти площадь треугольника AOB?

Ученик: У треугольников AOB и BOC общая высота из вершины B на прямую AC. Значит, их площади относятся как основания AO и OC. $S(AOB) = S(BOC) \cdot AO / OC = 4 \cdot 3 / 2 = 6$.

Учитель: А площадь COD? Считать заново?

Ученик: Не надо. У треугольников ABD и ACD общее основание AD и равные высоты, потому что BC || AD. Площади равны. Вычитаю общий треугольник AOD и получаю $S(AOB) = S(COD) = 6$.

Учитель: Итог?

Ученик: $S = 4 + 9 + 6 + 6 = 25$.

Ответ: 25.

Учитель: Какая здесь ловушка?

Ученик: Сложить 4 и 9 и получить 13: забыть боковые треугольники.

Учитель: Вопрос на перенос. Площади BOC и AOD равны 9 и 16. Какая площадь трапеции?

Ученик: Боковые по $\sqrt{(9 \cdot 16)} = 12$ каждый, итого $9 + 16 + 12 + 12 = 49$. Это $(3 + 4)^2$. Но эту формулу на экзамене нужно вывести, как мы сделали.

Задача 2. Равнобедренная трапеция, диагональ перпендикулярна боковой стороне (№23)

Условие. В равнобедренной трапеции основания равны 7 и 25, а диагональ перпендикулярна боковой стороне. Найдите площадь трапеции.

Учитель: Что дано и что нужно?

Ученик: Трапеция ABCD, AD = 25, BC = 7, AB = CD, диагональ AC перпендикулярна CD. Нужна площадь. Основания есть, нужна высота.

Учитель: Откуда её взять?

Ученик: Проведу высоту CH. Она отсекает от большего основания отрезок HD = $(AD - BC) / 2 = (25 - 7) / 2 = 9$. Это следует из равнобедренности: две высоты и прямоугольник посередине.

Учитель: Где используем условие про перпендикулярность?

Ученик: Треугольник ACD прямоугольный, угол ACD равен 90° . CH — высота, проведённая из вершины прямого угла к гипотенузе AD. Для неё верно: квадрат катета равен произведению гипотенузы на проекцию катета на гипотенузу. $CD^2 = HD \cdot AD = 9 \cdot 25 = 225$, CD = 15.

Учитель: Теперь высота.

Ученик: Из прямоугольного треугольника CHD: $CH = \sqrt{(CD^2 - HD^2)} = \sqrt{(225 - 81)} = \sqrt{144} = 12$.

Учитель: Площадь.

Ученик: $S = (25 + 7) / 2 \cdot 12 = 16 \cdot 12 = 192$.

Ответ: 192.

Учитель: Как проверить?

Ученик: $AH = 25 - 9 = 16$. Для высоты $CH^2 = AH \cdot HD$, то есть $16 \cdot 9 = 144$, а $12^2 = 144$. Сходится.

Учитель: Ловушка?

Ученик: Перепутать 9 и 16. HD равно полуразности оснований, а AH полусумме.

Учитель: Вопрос на перенос. У такой трапеции основания 14 и 50. Какова площадь?

Ученик: Это задача 2, увеличенная в 2 раза: HD = 18, $CD^2 = 18 \cdot 50 = 900$, CD = 30, $CH = \sqrt{(900 - 324)} = 24$, $S = 32 \cdot 24 = 768$. Площадь выросла в 4 раза: $192 \cdot 4 = 768$. Верно.

Задача 3. Известны боковые стороны (№23)

Условие. Основания трапеции равны 11 и 25, а боковые стороны равны 13 и 15. Найдите площадь трапеции.

Учитель: Что пробуешь первым?

Ученик: Опустить высоту и найти её из прямоугольного треугольника. Но тогда в нём две неизвестные: высота и проекция. Не хватает уравнения.

Учитель: Что можно сделать с боковой стороной?

Ученик: Сдвинуть её. Через вершину C провожу CE, параллельную AB, точка E на AD. Тогда ABCE — параллелограмм: $BC \parallel AE$ и $AB \parallel CE$.

Учитель: Что мы знаем про параллелограмм?

Ученик: Противоположные стороны равны. $AE = BC = 11$ и $CE = AB = 13$. Отсюда $ED = AD - AE = 25 - 11 = 14$.

Учитель: Что получилось в треугольнике CED?

Ученик: Стороны $CE = 13$, $CD = 15$, $ED = 14$. Все три известны. Площадь по формуле Герона: полупериметр

$p = (13 + 14 + 15) / 2 = 21$, $S = \sqrt{(21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6)} = \sqrt{7056} = 84$.

Учитель: Откуда из этого высота трапеции?

Ученик: Высота CH треугольника CED, проведённая к стороне ED, и есть высота трапеции: расстояние между параллельными BC и AD. $CH = 2 \cdot 84 / 14 = 12$.

Учитель: Площадь?

Ученик: $S = (25 + 11) / 2 \cdot 12 = 18 \cdot 12 = 216$.

Ответ: 216.

Учитель: Есть ли второй способ?

Ученик: Да. Пусть x — проекция AB на AD, h — высота. Тогда $x^2 + h^2 = 169$ и $(14 - x)^2 + h^2 = 225$. Вычитаю: $196 - 28x = 56$, $x = 5$, $h = 12$. Тот же результат.

Учитель: Вопрос на перенос. Основания 12 и 33, боковые 13 и 20. Что изменится?

Ученик: $ED = 33 - 12 = 21$. Треугольник со сторонами 13, 20, 21: $p = 27$, $S = \sqrt{(27 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 6)} = 126$, высота $2 \cdot 126 / 21 = 12$, площадь трапеции $(12 + 33) / 2 \cdot 12 = 270$.

Задача 4. Прямоугольная трапеция и вписанная окружность (№23)

Условие. Около окружности радиуса 6 описана прямоугольная трапеция, большая боковая сторона которой равна 15. Найдите площадь трапеции.

Учитель: Что известно про высоту?

Ученик: Окружность касается обоих оснований, поэтому расстояние между ними равно диаметру. $h = 2r = 12$. В прямоугольной трапеции меньшая боковая сторона перпендикулярна основаниям, значит, $AB = 12$.

Учитель: Что нам нужно для площади?

Ученик: Сумма оснований. Основания по отдельности искать не надо.

Учитель: Как найти сумму?

Ученик: Трапеция описана около окружности, поэтому суммы противоположных сторон равны: $AD + BC = AB + CD = 12 + 15 = 27$.

Учитель: Площадь.

Ученик: $S = 27 / 2 \cdot 12 = 162$.

Ответ: 162.

Учитель: Проверим без формулы описанного четырёхугольника.

Ученик: Проекция CD на основание $\sqrt{(15^2 - 12^2)} = 9$, значит $AD - BC = 9$. Вместе с $AD + BC = 27$ получаю $AD = 18$, $BC = 9$. Периметр $18 + 9 + 12 + 15 = 54$, полупериметр 27, $S = 162$, $r = S / p = 162 / 27 = 6$. Радиус сошёлся.

Учитель: Ловушка?

Ученик: Принять высоту за радиус: тогда получится 81. Высота равна диаметру.

Учитель: Вопрос на перенос. Радиус 4, большая боковая сторона 10.

Ученик: $h = 8$, $AD + BC = 8 + 10 = 18$, $S = 18 / 2 \cdot 8 = 72$.

Задача 5. Доказательство площади треугольника (№24)

Условие. Точка M — середина боковой стороны CD трапеции ABCD. Докажите, что площадь треугольника ABM равна половине площади трапеции.

Учитель: Чисел нет. Как работать?

Ученик: Вводить буквы: $AD = a$, $BC = b$, высота h. Доказательство должно быть общим, не для одного чертежа.

Учитель: Как выразить площадь АВМ?

Ученик: Трапеция состоит из трёх треугольников: АВМ, ВСМ и АМД. Поэтому $S(ABM) = S - S(BCM) - S(AMD)$, где S — площадь трапеции.

Учитель: Что нужно знать про ВСМ и АМД?

Ученик: Их основания $BC = b$ и $AD = a$. Нужны высоты из вершины М.

Учитель: Как найти расстояние от М до AD?

Ученик: Провожу высоту СН трапеции и перпендикуляр МК к AD. $CH \parallel MK$, потому что оба перпендикулярны AD. М — середина CD, значит, по теореме Фалеса К — середина HD, и МК — средняя линия треугольника CHD. $MK = h / 2$.

Учитель: А до ВС?

Ученик: $BC \parallel AD$, расстояние между ними h . Поэтому расстояние от М до ВС равно $h - h / 2 = h / 2$.

Учитель: Теперь площади.

Ученик: $S(BCM) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h / 2 = bh / 4$. $S(AMD) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h / 2 = ah / 4$. Сумма $(a + b)h / 4 = S / 2$, потому что $S = (a + b)h / 2$.

Учитель: Вывод.

Ученик: $S(ABM) = S - S / 2 = S / 2$. Что и требовалось доказать.

Учитель: Почему нельзя проверить на примере с числами?

Ученик: Это частный случай. Эксперт скажет, что доказано только для этих чисел, и поставит 0.

Учитель: Вопрос на перенос. Верно ли, что если М — середина основания ВС, то $S(AMD) = S / 2$?

Ученик: Неверно. Высота треугольника АМД из вершины М равна h , основание $AD = a$, $S(AMD) = \frac{1}{2}ah$. Это не половина $S = \frac{1}{2}(a + b)h$, если $a \neq b$. Половиной площадь АМД будет только при $a = b$, то есть для параллелограмма.

Часть 4. Как записать так, чтобы эксперт не снял баллы

Учитель: Что эксперт не оценивает?

Ученик: Красоту чертежа, красивые «Дано / Найти», рациональность способа, лишние рассуждения, описки вроде пропущенного значка градуса.

Учитель: Из-за чего теряют баллы?

Ученик: Вычислительная ошибка при верном ходе — 1 балл. Ложное утверждение, например «высота делит основание пополам», или шаг без обоснования — это уже риск нуля. В доказательстве нельзя опираться на чертёж или на числа.

Учитель: Что можно использовать без доказательства?

Ученик: Любые факты из учебников: формулу площади трапеции, среднюю линию, теорему Пифагора, подобие треугольников, формулу Герона. Нестандартные формулы, такие как $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$, нужно вывести по ходу.

Учитель: Что записываешь в конце?

Ученик: «Ответ: ...». В №23 ответ — число, единицы не обязательны. В №24 — слова «что и требовалось доказать».

Где мы в теме: разобрали → решай тренажёр по шагам → потом тренажёр с новыми числами → зачётный лист → домашняя карточка.

План урока и домашнего задания · трапеция (№23-25)

Индивидуальное занятие, 60 минут, 9 класс, подготовка к ОГЭ. Для репетитора: на печать 1 страница.

Цель

К концу урока ученик называет приём по виду данных (две высоты, перенос боковой стороны, перенос диагонали, подобие), решает одну задачу уровня №23 и записывает её так, чтобы эксперт поставил 2 балла: чертёж, обоснованные шаги, верные вычисления, ответ.

Ход урока

Минуты	Что делаем	Материал
0-5	Устный опрос. Пять вопросов подряд без подготовки: 3, 5, 6, 9, 12. Ошибку не поправляем, записываем: вернёмся на 5-й минуте.	Теория и опрос, вопросы
5-12	Открытие. Даём задачу 3 без подсказки: основания 11 и 25, боковые 13 и 15. Ученик обычно пытается найти высоту из одного треугольника и застревает: в нём две неизвестные. Спрашиваем: чего не хватает? Фиксируем правило: нужна высота, а данные лежат на разных сторонах.	Разбор, задача 3 (условие и чертёж)
12-27	Разбор вслух двух задач по этапам диалога «Что видим — идея — шаги — проверка»: задача 3 (перенос боковой стороны) и задача 2 (две высоты и $CD^2 = HD \cdot AD$). Ученик сам называет приём до счёта.	Диалог-разбор, задачи 3 и 2
27-35	Пятиминутка (вариант А), 7 минут без подсказок, затем сверка по ответам и разбор ошибок.	Карточки-пятиминутки
35-50	Самостоятельная задача уровня №23: задача 4 или 1 в интерактивном тренажёре по шагам; затем та же задача записывается на листе как на экзамене.	Тренажёр по шагам; памятка
50-57	Учитель — эксперт. Проверяем запись по списку «Где теряют баллы» из памятки. Ученик находит, где потерял бы балл, и переписывает этот шаг.	Памятка, образец записи
57-60	Итог и ДЗ. Вопрос: «По каким данным ты выбираешь приём?» (даны боковые — перенос стороны; даны диагонали — перенос диагонали; площади треугольников — подобие; окружность — суммы сторон и $h = 2r$). Выдаём домашнюю карточку.	Домашняя карточка

Как подстроить под уровень

- **Трек А:** в блоке 12–27 разбираем задачи 3 и 2 целиком по диалогу; самостоятельно — задача 4 по шагам; ДЗ — задачи 3 и 4 из карточки.
- **Трек В:** план как есть; задачу 3 ученик решает сразу сам, учитель только слушает.
- **Трек С:** вместо задач 3 и 2 берём 1 и 5 (подобие и доказательство); в блоке 35–50 — задача 5 без подсказок; вопрос «Можно ли без формулы $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$ и почему её нужно выводить?».

Домашнее задание

1. Домашняя карточка из 4 задач (№23), оформить полностью. Срок — к следующему занятию.
2. Интерактивный тест «Трапеция» (10 вопросов). Цель — не меньше 8.
3. Тренажёр «новые числа каждый раз»: 10 задач подряд любых типов.
4. На следующем уроке: зачётный лист на 45 минут (при хорошем результате — только уровень 3).

Что подготовить заранее

Распечатать: теорию и вопросы, пятиминутки (вырезать), памятку, домашнюю карточку. Открыть на втором экране: тренажёр по шагам. Чертежи рисовать на онлайн-доске вместе с учеником, а не показывать готовые.

Критерий успеха урока. Ученик сам называет построение до того, как начал считать, и на экспертной проверке находит свою ошибку в оформлении.