

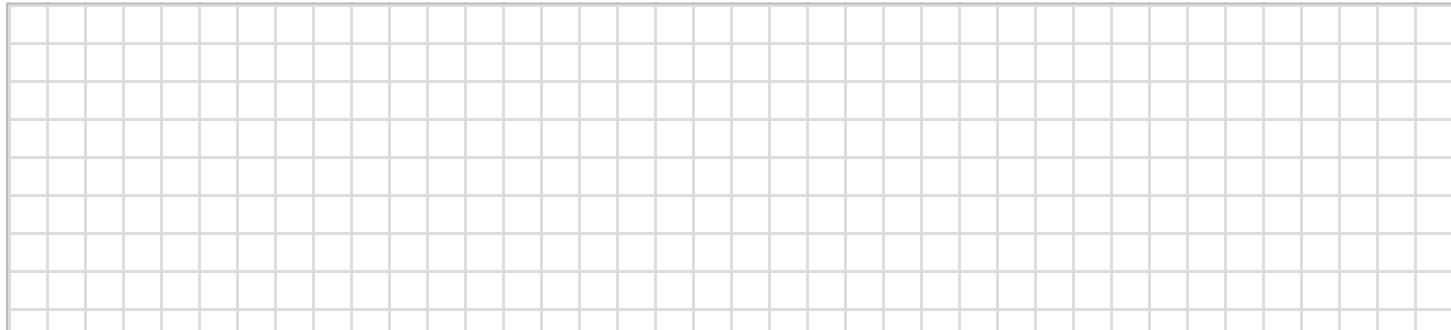
Домашняя карточка · график функции (4 задачи)

Задание 22 ОГЭ. Печать: 1 лист А4 с заданиями; ответы для проверки — на втором листе, печатать только учителю.

Фамилия, имя: _____ Дата сдачи: _____

Решайте по алгоритму из памятки: область определения, упрощение, таблица точек, график, особые значения. Оформляйте график так, как показано в памятке.

1. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{(x - 1)(x + 3)}$. Определите, при каких m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

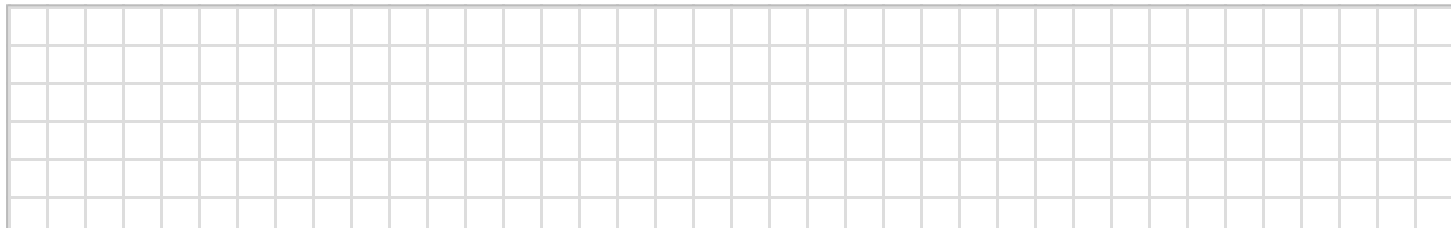


Ответ: _____

2. Постройте график функции

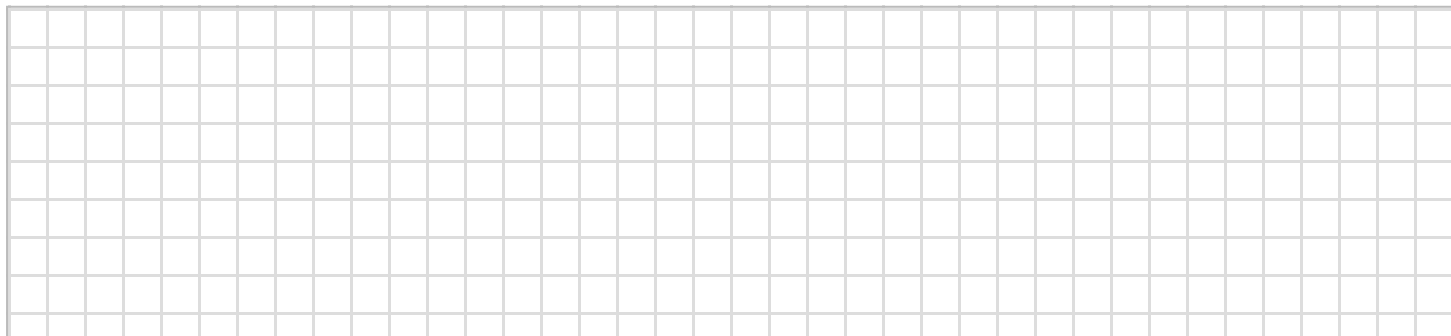
$$\begin{cases} y = -8/x, & \text{если } x \leq -2 \\ y = x^2, & \text{если } -2 < x \leq 2 \\ y = 6 - x, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

Определите, при каких m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.



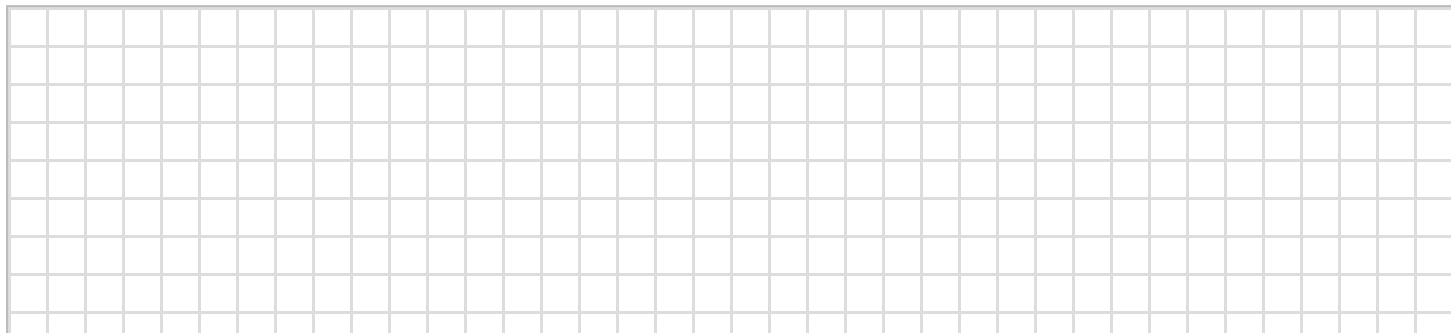
Ответ: _____

3. Постройте график функции $y = x|x| - 4|x|$. Определите, при каких m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.



Ответ: _____

4. Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 9x}{x - 3}$. Определите, при каких k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.



Ответ: _____

Ответы и ключевые точки для проверки (отрезать).

1. **Ответ: $m = 12$.** ОДЗ: $x \neq 1, x \neq -3$. $(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3)$, после сокращения $y = (x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$. Вершина $(1; -4)$ выколота! Выколоты $(1; -4)$ и $(-3; 12)$. При $m = -4$ точек нет, при $m = 12$ уравнение $x^2 - 2x - 15 = 0$ даёт $x = 5$ и $x = -3$ (выколота), остаётся одна. Ловушка: ответ « $m = -4$ ».
2. **Ответ: $m = 0$; $m = 4$.** Гипербола $y = -8/x$ на $x \leq -2$: значения от 0 (не достигается) до 4, точка $(-2; 4)$ закрашена. Парабола $y = x^2$ на $(-2; 2]$: $(-2; 4)$ выколота, $(2; 4)$ закрашена, вершина $(0; 0)$. Луч $y = 6 - x$ на $x > 2$: $(2; 4)$ выколота. При $0 < m < 4$ — четыре точки, при $m < 0$ — одна, при $m = 0$ ($x = 0$ и $x = 6$) и $m = 4$ ($x = -2$ и $x = 2$) — по две.
3. **Ответ: $-4 < m < 0$.** При $x \geq 0$: $y = x^2 - 4x$, вершина $(2; -4)$. При $x < 0$: $y = -x^2 + 4x$, функция возрастает, $y < 0$. $m = 0$ и $m = -4$: по две точки; $m > 0$ или $m < -4$: одна.
4. **Ответ: $k = 3$; $k = 6$.** Сокращение: $y = x(x + 3) = x^2 + 3x, x \neq 3$, выколота $(3; 18)$. Прямая $y = kx$ проходит через $(0; 0)$, уравнение $x(x + 3 - k) = 0$. Один корень при $k = 3$ (касание в начале координат) и при $k = 6$ (второй корень $x = 3$ выколот).