

## Зачётный лист · графики функций (3 уровня)

Фамилия, имя: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_ Время: 40 минут. Уровень 3 оформляйте полностью, как на экзамене: таблицы, график, проверка особых значений, ответ.

**Уровень 1 · на «3» · 4 задания по 1 баллу**

**1.1.** Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = 2x - 4$  с осями координат.

Ответ: \_\_\_\_\_

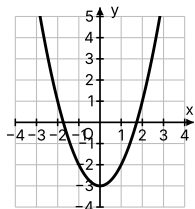
**1.2.** Найдите координаты вершины параболы  $y = x^2 + 2x - 3$  и нули функции.

Ответ: \_\_\_\_\_

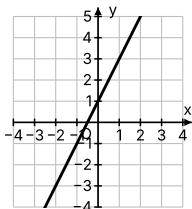
**1.3.** График функции  $y = \frac{k}{x}$  проходит через точку  $(-2; 3)$ . Найдите  $k$ .

Ответ:

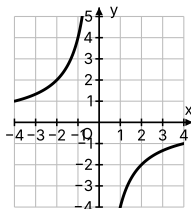
**1.4.** Установите соответствие между графиками (А, Б, В) и формулами (1–3). В ответ запишите три цифры подряд без пробелов в порядке А, Б, В.



A



Б



B

$$1) y = -\frac{4}{x}$$

$$2) y = x^2 - 3$$

$$3) y = 2x + 1$$

Ответ:

**Уровень 2 · на «4» · 4 задания по 1 баллу**

**2.1.** Упростите  $y = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$  и найдите координаты выколотой точки графика.

Ответ:

**2.2.** При каком значении  $m$  прямая  $y = m$  имеет с параболой  $y = x^2 - 6x + 5$  ровно одну общую точку?

Ответ: \_\_\_\_\_

**2.3.** Сколько общих точек имеет график функции  $y = x^2 - 4|x|$  с прямой  $y = -3$ ?

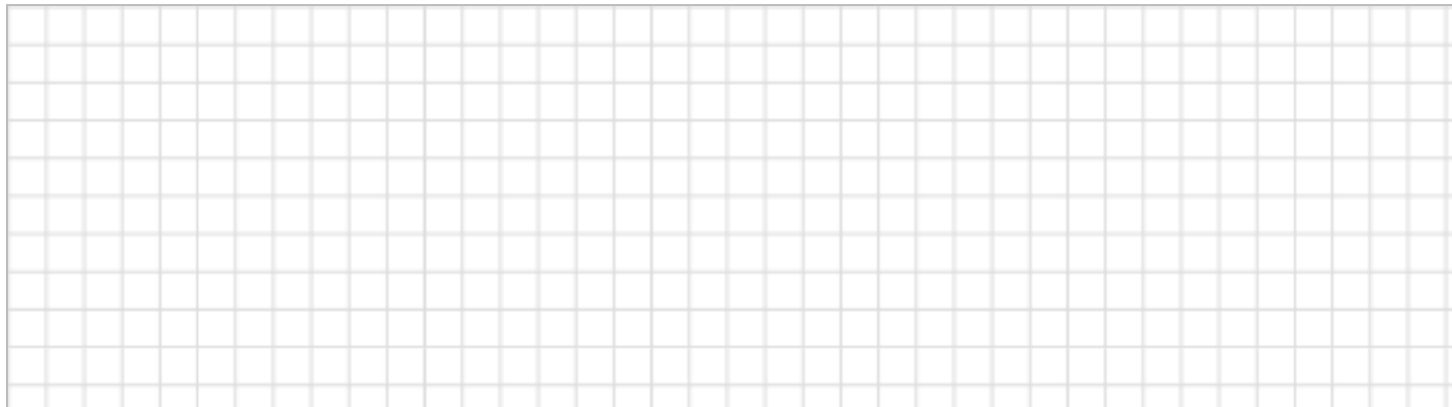
Ответ:

**2.4.** Найдите координаты общих точек графиков функций  $y = x^2 - 2x - 3$  и  $y = x - 3$ .

Ответ:

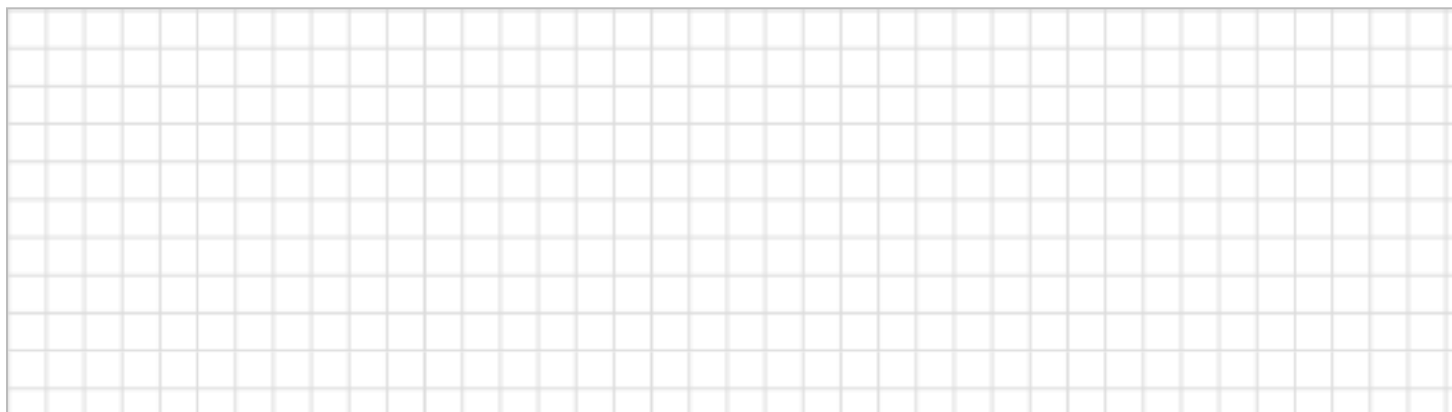
**Уровень 3 · на «5» · 4 задания по 2 балла (как №22)**

**3.1.** Постройте график функции  $y = x|x| - 2|x| - 6x$ . Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.



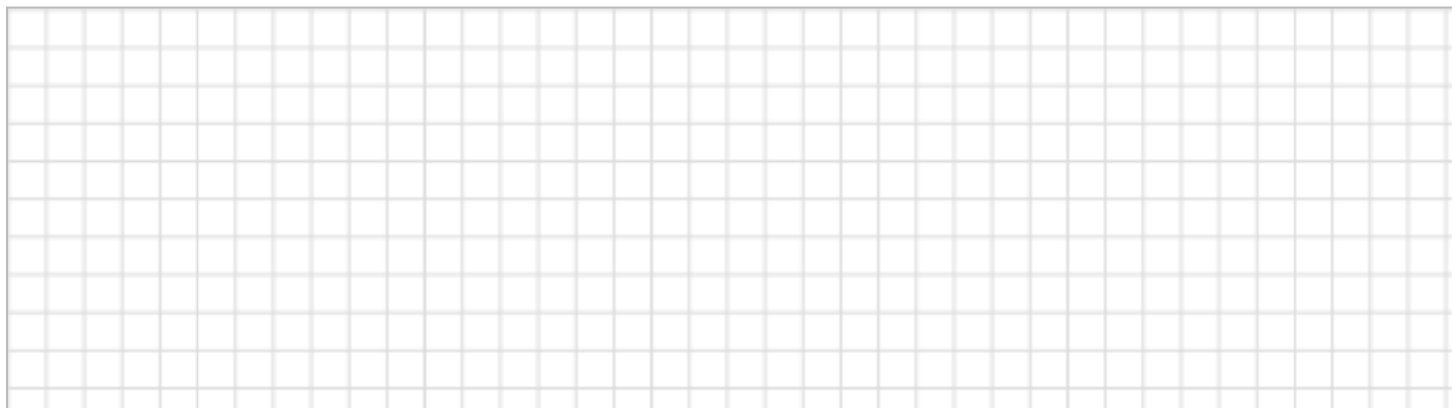
Ответ: \_\_\_\_\_

**3.2.** Постройте график функции  $y = \frac{x^4 - 26x^2 + 25}{(x - 1)(x + 5)}$ . Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.



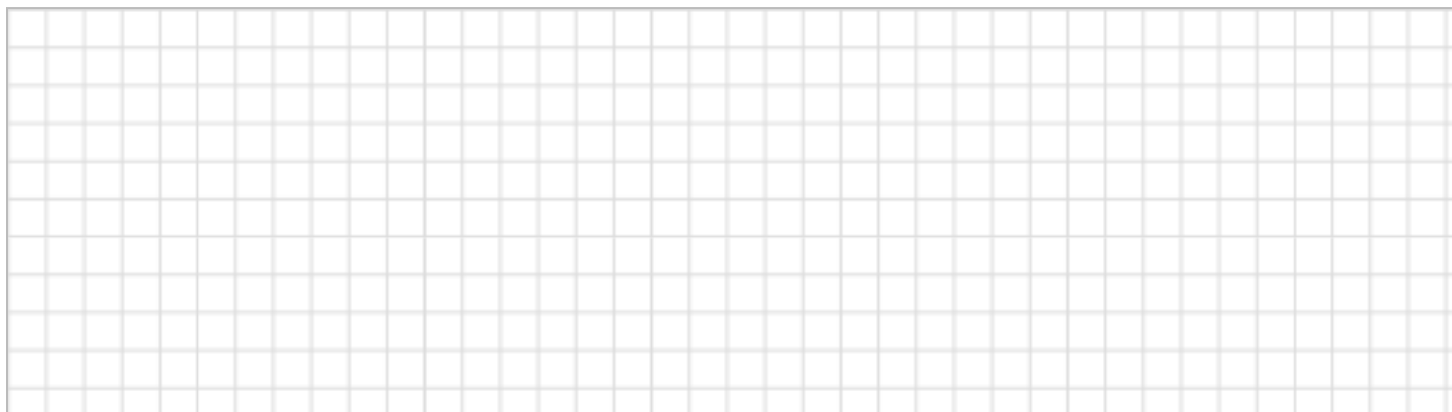
Ответ: \_\_\_\_\_

**3.3.** Постройте график функции  $y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}$ . Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной общей точки.



Ответ: \_\_\_\_\_

**3.4.** Постройте график функции  $y = \begin{cases} 6 - x & \text{при } x < 2 \\ x^2 - 8x + 11 & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$ . Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.



Ответ: \_\_\_\_\_

---

**Ответы, ключевые точки и критерии (для учителя).****Уровень 1.**

| №   | Ответ                            | Ключевые точки                                                                                                                                  |
|-----|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.1 | (2; 0), (0; -4)                  | $y = 0: 2x = 4, x = 2. x = 0: y = -4.$                                                                                                          |
| 1.2 | вершина (-1; -4);<br>нули -3 и 1 | $x_0 = -b/(2a) = -1; y_0 = 1 - 2 - 3 = -4; x^2 + 2x - 3 = 0$ , корни -3 и 1 (теорема Виета).                                                    |
| 1.3 | -6                               | $k = xy = (-2) \cdot 3 = -6.$                                                                                                                   |
| 1.4 | 231                              | A — парабола, ветви вверх: формула 2 ( $x^2 - 3$ ). Б — прямая, возрастает: формула 3. В — гипербола во II и IV четвертях: $k < 0$ , формула 1. |

**Уровень 2.**

| №   | Ответ                           | Ключевые точки                                                                                                                                                      |
|-----|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2.1 | $y = x - 3$ ; выколота (-3; -6) | $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$ ; ОДЗ $x \neq -3$ ; после сокращения $y = x - 3$ ; при $x = -3$ получаем $y = -6$ .                                                      |
| 2.2 | -4                              | Вершина $x_0 = 3, y_0 = 9 - 18 + 5 = -4$ . Горизонталь через вершину касается параболы.                                                                             |
| 2.3 | 4                               | $x \geq 0: x^2 - 4x = -3, x = 1$ и $x = 3$ . График чётный: ещё $x = -1$ и $x = -3$ . Четыре точки (проверка: вершины ( $\pm 2$ ; -4) ниже -3, «горб» (0; 0) выше). |
| 2.4 | (0; -3), (3; 0)                 | $x^2 - 2x - 3 = x - 3, x^2 - 3x = 0, x = 0$ или $x = 3; y = x - 3$ даёт -3 и 0.                                                                                     |

**Уровень 3.**

| №   | Ответ                      | Ключевые точки                                                                                                                                                                                                              |
|-----|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3.1 | $m = -16; m = 4$           | $x \geq 0: y = x^2 - 8x$ , вершина (4; -16). $x < 0: y = -x^2 - 4x$ , вершина (-2; 4). Ровно две точки — на уровнях вершин: $m = -16$ и $m = 4$ ; между ними три точки.                                                     |
| 3.2 | $m = -9; m = -8; m = 40$   | ОДЗ: $x \neq 1, x \neq -5$ . Числитель $(x^2 - 1)(x^2 - 25)$ ; после сокращения $y = (x + 1)(x - 5)$ , вершина (2; -9). Выколоты (1; -8) и (-5; 40). $m = -9$ — вершина; $m = -8$ и $m = 40$ — одна из двух точек выколота. |
| 3.3 | $k = -9; k = 0; k = 9$     | ОДЗ: $x \neq 0, x \neq \pm \frac{1}{3}$ . После сокращения $y = -\frac{1}{ x }$ . Выколоты ( $\pm \frac{1}{3}$ ; -3). $k = 0$ — нет точек (график ниже оси Oх); $k = \pm 9$ — единственная общая точка выколота.            |
| 3.4 | $m = -5$ и $-1 < m \leq 4$ | $x < 2: y = 6 - x$ , конец (2; 4) выколот. $x \geq 2: y = (x - 4)^2 - 5$ , вершина (4; -5), точка (2; -1) закрашена. Ровно одна точка: $m = -5$ и $-1 < m \leq 4$ . При $m = -1$ две точки.                                 |

**Баллы.** Максимум 16 (4 + 4 + 8). Уровень 3: 2 балла — график построен верно, значения параметра найдены верно; 1 балл — график верен, но значения найдены с ошибкой (потеряно значение, неверная граница); 0 — иначе.

**Оценка (предложение, подстройте под ученика).** «3» — на уровне 1 не меньше 3 баллов. «4» — уровень 1 не меньше 3 баллов и уровень 2 не меньше 3 баллов. «5» — уровни 1 и 2 не меньше 3 баллов каждый и уровень 3 не меньше 6 баллов. Если уровень 1 ниже 3 баллов: вернуться к теории (разделы 1-4) и повторить пятиминутку. Пороги не официальные.