

Памятка: алгоритм и оформление, системы уравнений (№20)

№20 оформляют полностью на бланке №2 (2 балла). В ответе — пары чисел (х; у). Ход решения должен быть виден эксперту.

Алгоритм решения системы

1. **Посмотри на уравнения.** Какие члены есть: x^2 , y^2 , xy , дроби, линейное уравнение, произведение?
2. **Если есть дробь — запиши ОДЗ:** $x \neq 0$, $y \neq 0$ и т. д.
3. **Выбери способ** по таблице ниже. Напиши фразу: «Из второго уравнения выразим x » или «Сложим уравнения».
4. **Сведи к одному уравнению с одной переменной** и реши его (дискриминант, Виета, разложение).
5. **Для каждого найденного значения найди вторую переменную.** Запиши пары.
6. **Проверь** пары по ОДЗ и подстановкой хотя бы в одно уравнение (лучше в оба).
7. **Запиши ответ** парами: $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$. Совпавшие пары — один раз.

Какой способ выбрать

Что вижу	Что делаю
Есть линейное уравнение	Подстановка: выразить переменную из линейного.
Только x^2 и y^2 в обоих	Сложение или вычитание (с умножением), затем $\pm$.
$x + y$ и xy (или $x^2 + y^2$)	$s = x + y$, $p = xy$; $t^2 - st + p = 0$.
Произведение равно 0	Две системы: каждый множитель = 0.
Однородное уравнение второй степени	Разложить на множители $(x - ay)(x - by) = 0$.
$x/y + y/x$ или другие дроби	ОДЗ; замена $t = x/y$; потом $x = ty$.
Формулы. $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$. $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$. Корни $t^2 - st + p = 0$ — это x и y . Из $x^2 = a$ ($a > 0$): $x = \pm\sqrt{a}$.	

Что снимает баллы

- В ответе только x (или только y), нет пар.
- Потеряна ветка: решена одна из двух систем (произведение, однородное).
- Из $x^2 = 4$ записано только $x = 2$.
- Совпавшая пара записана дважды или не отброшена после проверки ОДЗ.
- Деление обеих частей на переменную: теряется корень (или решение с нулём).
- Вычислительная ошибка при верном ходе: 1 балл вместо 2. Только ответ без хода: 0 баллов.

Образец записи (№20)

Задача. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

Решение. Пусть $x + y = s$, $xy = p$. Тогда $x^2 + y^2 = s^2 - 2p$.
Из условия $s = 7$ и $25 = 7^2 - 2p$; $2p = 49 - 25 = 24$, $p = 12$.
Числа x и y — корни уравнения $t^2 - 7t + 12 = 0$. $D = 49 - 48 = 1$; $t_1 = (7 + 1)/2 = 4$; $t_2 = (7 - 1)/2 = 3$.
Значит, пары $(4; 3)$ и $(3; 4)$.
Проверка. $(4; 3)$: $4 + 3 = 7$; $16 + 9 = 25$. Верно.
Вторая пара получается перестановкой, система симметрична.
Ответ: $(3; 4)$, $(4; 3)$.

Образец с дробью. Система $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ x + y = 5 \end{cases}$.
ОДЗ: $x \neq 0$, $y \neq 0$. Так как $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy}$,
получаем $\frac{5}{xy} = \frac{5}{6}$, то есть $xy = 6$. Вместе с $x + y = 5$: $t^2 - 5t + 6 = 0$, $t = 2$ или $t = 3$. Пары $(2; 3)$, $(3; 2)$. Числа не равны нулю, ОДЗ выполнено.
Ответ: $(2; 3)$, $(3; 2)$.

Где эксперт ищет баллы: 1) выбран и назван способ; 2) уравнения верно преобразованы (одно уравнение с одной переменной); 3) оно верно решено; 4) для каждого корня найдена вторая переменная; 5) в ответ записаны все пары и только они. Описка при верном ходе — 1 балл из 2. Точные критерии смотрите в актуальных материалах ФИПИ.

Чек-лист перед сдачей

- ☐ ОДЗ записано (если есть дробь).
- ☐ Назван способ.
- ☐ Найдены обе переменные.
- ☐ Пары в правильном порядке $(x; y)$.
- ☐ Ни одно решение не потеряно (знаки $\pm$, обе ветки).
- ☐ Совпавшие пары записаны один раз.
- ☐ Проверена подстановка.
- ☐ Ответ записан парами.