

# Зачётный лист · системы уравнений (3 уровня)

Фамилия, имя: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_ Время: 40 минут. Уровень 3 оформляйте полностью, как на экзамене. Ответ — пары (x; y).

Уровень 1 · на «3» · 4 задания по 1 баллу

1.1. Решите систему:  $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_

1.2. Решите систему:  $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_

1.3. Решите систему:  $\begin{cases} y = x - 3 \\ xy = 4 \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_

1.4. Является ли пара (3; -1) решением системы  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$  ? Ответ обоснуйте подстановкой.

Ответ: \_\_\_\_\_

Уровень 2 · на «4» · 4 задания по 1 баллу

2.1. Решите систему:  $\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

Ответ: \_\_\_\_\_



**Уровень 3 · на «5» · 4 задания по 2 балла (как №20)**

**3.1.** Решите систему: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_

**3.2.** Решите систему: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 6 \\ xy = 3 \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_

**3.3.** Решите систему: 
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_

**3.4.** Решите систему: 
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3} \\ x + y = 8 \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_

-----

**Ответы, ключевые точки и критерии (для учителя).**

**Уровень 1.**

| №   | Ответ            | Ключевые точки                                                                        |
|-----|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.1 | (4; 2)           | Сложение: $2x = 8$ , $x = 4$ , $y = 2$ .                                              |
| 1.2 | (3; 2)           | Вычитание: $3y = 6$ , $y = 2$ ; $x = y + 1 = 3$ .                                     |
| 1.3 | (4; 1), (-1; -4) | $x(x - 3) = 4$ ; $x^2 - 3x - 4 = 0$ ; $x = 4$ или $x = -1$ ; $y = x - 3$ даёт 1 и -4. |
| 1.4 | да               | Да: $2 \cdot 3 + (-1) = 5$ и $9 + 1 = 10$ . Оба равенства верны.                      |

**Уровень 2.**

| №   | Ответ                              | Ключевые точки                                                                                                                                                                     |
|-----|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2.1 | (3; 4), (4; 3)                     | $s = 7$ , $25 = 49 - 2p$ , $p = 12$ ; $t^2 - 7t + 12 = 0$ ; $t = 3, 4$ .                                                                                                           |
| 2.2 | (6; 4), (6; -4), (-6; 4), (-6; -4) | Сложение: $2x^2 = 72$ , $x^2 = 36$ ; $y^2 = 16$ . Четыре пары.                                                                                                                     |
| 2.3 | (3; 2), (6; -1)                    | $x = 3$ ; $y = 2$ . $y = -1$ : $x = 6$ . Пары (3; 2) и (6; -1).                                                                                                                    |
| 2.4 | 3                                  | $x^2 = y + 4$ . Тогда $y + 4 + y^2 = 16$ , $y^2 + y - 12 = 0$ , $y = 3$ или $y = -4$ . При $y = 3$ : $x^2 = 7$ , два значения; при $y = -4$ : $x = 0$ . Всего 3 решения. Ответ: 3. |

**Уровень 3.**

| №   | Ответ              | Ключевые точки                                                                                                                                                                       |
|-----|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3.1 | (2; 4), (4; 2)     | ОДЗ $x \neq 0$ , $y \neq 0$ . $(x + y)/(xy) = 3/4$ , $6/(xy) = 3/4$ , $xy = 8$ ; $t^2 - 6t + 8 = 0$ ; $t = 2, 4$ .                                                                   |
| 3.2 | (-1; -3), (-3; -1) | $s^2 - 6 + s = 6$ , $s^2 + s - 12 = 0$ , $s = 3$ или $s = -4$ . При $s = 3$ , $p = 3$ : $D = 9 - 12 < 0$ , решений нет. При $s = -4$ , $p = 3$ : $t^2 + 4t + 3 = 0$ , $t = -1, -3$ . |
| 3.3 | (8; 4), (9; 3)     | $(x - 2y)(x - 3y) = 0$ . $x = 2y$ : $3y = 12$ , $y = 4$ , $x = 8$ . $x = 3y$ : $4y = 12$ , $y = 3$ , $x = 9$ .                                                                       |
| 3.4 | (6; 2), (2; 6)     | ОДЗ $x \neq 0$ , $y \neq 0$ . $t = x/y$ : $3t^2 - 10t + 3 = 0$ , $t = 3$ или $1/3$ . $x = 3y$ : $4y = 8$ , $y = 2$ , $x = 6$ . $x = y/3$ : $(4/3)y = 8$ , $y = 6$ , $x = 2$ .        |

**Баллы.** Максимум 16 (4 + 4 + 8). Уровень 3: 2 балла — верный ход, верные пары; 1 балл — верный ход, но описка или вычислительная ошибка; 0 — иначе.

**Оценка (предложение, подстройте под ученика).** «3» — на уровне 1 не меньше 3 баллов. «4» — уровень 1 не меньше 3 баллов и уровень 2 не меньше 3 баллов. «5» — уровни 1 и 2 не меньше 3 баллов каждый и уровень 3 не меньше 6 баллов. Если уровень 1 ниже 3 баллов: вернуться к правилам 1-3 в теории и повторить пятиминутку.