

Домашняя карточка • системы уравнений (№20)

Фамилия, имя: _____ Дата: _____

Оформите каждую задачу полностью, как на экзамене: ОДЗ (если есть дробь), способ, ход решения, проверка, ответ парами. Образец записи — в памятке.

1. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3} \\ x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$$

Ответ: _____

2. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 32 \\ xy = 12 \end{cases}$$

Ответ: _____

3. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 3y^2 = 0 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

Ответ: _____

4. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} (x + 1)(y - 2) = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Ответ: _____

Ответы и ключевые точки проверки (для учителя и родителей).

1) (3; 1), (-3; -1). (Дробь, замена $t = x/y$) Ключевые точки: Замена $t = x/y$. ОДЗ: $x \neq 0, y \neq 0$. $3t^2 - 10t + 3 = 0$, $D = 64$, $t = 3$ или $t = 1/3$. При $t = 3$: $x = 3y$, $8y^2 = 8$, $y = \pm 1$, пары (3; 1), (-3; -1). При $t = 1/3$: $x = y/3$, $y^2/9 - y^2 = 8$, $y^2 = -9$: решений нет.

2) (3; 4), (4; 3), (-2; -6), (-6; -2). (Симметричная: s и p) Ключевые точки: $s = x + y$, $p = xy = 12$. $s^2 - 24 + s = 32$, $s^2 + s - 56 = 0$, $s = 7$ или $s = -8$. При $s = 7$: $t^2 - 7t + 12 = 0$, $t = 3, 4$, пары (3; 4), (4; 3). При $s = -8$: $t^2 + 8t + 12 = 0$, $t = -2, -6$, пары (-2; -6), (-6; -2). Четыре решения.

3) (4; 4), (6; 2). (Однородное уравнение) Ключевые точки: Разложение $(x - y)(x - 3y) = 0$. Случай $x = y$: $2y = 8$, пара (4; 4). Случай $x = 3y$: $4y = 8$, $y = 2$, пара (6; 2).

4) (-1; 2), (-1; -2), (1; 2). (Произведение равно нулю) Ключевые точки: Две системы. $x = -1$: $y^2 = 4$, пары (-1; 2) и (-1; -2). $y = 2$: $x^2 = 1$, пары (1; 2) и (-1; 2). Пара (-1; 2) общая: записать один раз. Всего три решения.

Как проверять. Ответ без хода решения не засчитывается. Если ход верный, а ошибка в вычислении — 1 балл из 2. Задача 4: четыре пары вместо трёх — типичная ошибка: нужно заметить совпавшую пару. Задача 1: проверить, что записано ОДЗ и что вторая ветка отброшена как не дающая решений.