

Памятка: алгоритм и оформление, неравенства (№20)

№20 оформляют полностью на бланке №2 (2 балла). В ответе — промежуток (или объединение промежутков). Ход решения должен быть виден эксперту.

Алгоритм решения неравенства

1. **Посмотри на вид.** Линейное, квадратное, дробь, произведение, многочлен выше второй степени, система?
2. **Приведи к виду «выражение ν 0».** Всё перенеси влево (слагаемые меняют знак). Если в знаменателе переменная, приведи к одной дроби. На выражение с неизвестным знаком не умножай.
3. **Если старший коэффициент отрицательный,** умножь обе части на -1 и смени знак неравенства.
4. **Разложи на множители** (корни по D или Виета, группировка, вынесение за скобку).
5. **Отметь нули** на оси: нули знаменателя всегда выколоты; нули числителя закрашены при $\geq$, $\leq$ и выколоты при $>$, $<$.
6. **Расставь знаки** справа налево. Через корень чётной кратности знак не меняется.
7. **Выбери промежутки** нужного знака, отдельно проверь изолированные точки.
8. **Проверь** подстановкой одного числа из ответа и одного не из ответа. Запиши ответ промежутками.

Какой способ выбрать

Что вижу	Что делаю
$ax + b \nu cx + d$	Перенос, деление; при делении на отрицательное знак меняется.
Система неравенств	Решить каждое, взять общую часть (пересечение).
$ax^2 + bx + c \nu 0$	Корни, парабола, знаки; проверь $D < 0$.
Дробь с x в знаменателе	Всё влево, одна дробь, метод интервалов; нули знаменателя выколоты.
Множитель $(x - a)^2$	Знак в a не меняется; при $\geq$, $\leq$ проверь точку a отдельно.
$x^3 + \dots$ (4 слагаемых)	Группировка, затем метод интервалов.

Формулы. Корни $ax^2 + bx + c = 0$: $x = (-b \pm \sqrt{D})/(2a)$, $D = b^2 - 4ac$. По теореме Виета для $x^2 + px + q$: $x_1 + x_2 = -p$, $x_1x_2 = q$. Разложение: $a(x - x_1)(x - x_2)$. Если $D < 0$ и $a > 0$, то $ax^2 + bx + c > 0$ при любом x .

Что снимает баллы

- Не изменён знак при умножении или делении на отрицательное число.
- Умножение на выражение с переменной без учёта знака (особенно в дробях).

Образец записи (№20)

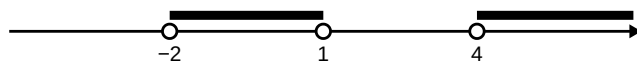
Задача. Решите неравенство $\frac{x^2 - 2x - 8}{x - 1} > 0$.

Решение. Разложим числитель на множители: $x^2 - 2x - 8 = 0$, по теореме Виета $x_1 = 4$, $x_2 = -2$, значит $x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2)$.

Получаем $\frac{(x - 4)(x + 2)}{x - 1} > 0$. Решим методом

интервалов. Нули числителя: -2 и 4 , нуль знаменателя: 1 . Неравенство строгое, поэтому все точки выколоты.

При $x = 5$ дробь равна $9 \cdot 7 / 4 > 0$, знак «+». Справа налево знаки чередуются: на $(1; 4)$ «-», на $(-2; 1)$ «+», на $(-\infty; -2)$ «-».



Нужен знак «+»: $(-2; 1)$ и $(4; +\infty)$.

Проверка. $x = 0$: $(0 - 0 - 8)/(0 - 1) = 8 > 0$, верно, 0 лежит в $(-2; 1)$. $x = 2$: $(4 - 4 - 8)/(2 - 1) = -8 < 0$, неверно, число 2 в ответ не входит.

Ответ: $(-2; 1) \cup (4; +\infty)$.

Образец для системы. $\begin{cases} 3x - 1 > 5 \\ x^2 - 9 \leq 0 \end{cases}$ Первое:

$3x > 6$, $x > 2$, то есть $(2; +\infty)$. Второе: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) \leq 0$, корни -3 и 3 , ветви вверх, значит $[-3; 3]$. Общая часть: $(2; 3]$. Число 3 входит (второе неравенство нестрогое), число 2 не входит. **Ответ:** $(2; 3]$.

Где эксперт ищет баллы: 1) неравенство верно преобразовано к виду «выражение ν 0»; 2) многочлены разложены на множители; 3) нули отмечены, знаки определены (метод интервалов); 4) выбраны нужные промежутки, учтены скобки и изолированные точки; 5) записан верный ответ. Описка при верном ходе — 1 балл из 2. Точные критерии смотрите в актуальных материалах ФИПИ.

Чек-лист перед сдачей

- ☐ Всё в одной части, знак при -1 изменён.
- ☐ Дробь приведена к одной дроби.
- ☐ Множители выписаны.
- ☐ Нули знаменателя выколоты.
- ☐ Знаки расставлены справа налево.
- ☐ Корень чётной кратности учтён.
- ☐ Изолированная точка проверена.
- ☐ Скобки у концов верные.
- ☐ Проверена подстановкой.
- ☐ Ответ записан промежутками.

- Нули знаменателя не выколоты; квадратные скобки у выколотых точек.
- Потеряны изолированная точка или один из промежутков; вместо пересечения записано объединение.
- Только ответ без хода решения: 0 баллов.
- Верный ход, но описка или вычислительная ошибка: 1 балл из 2.