

Задачи на движение (задание 21)

Разбор в формате диалога «ученик — учитель»

Участники: Учитель и Ученик (9 класс, подготовка к ОГЭ, часть 2, задание 21). **Как пользоваться:** сначала отвечай сам, потом сверяйся с диалогом. В конце — задача для самостоятельного решения. **Где мы в теме:** теория и устный опрос → тест → пятиминутка → этот разбор → тренажёры → зачётный лист → домашняя карточка.

Задача. Моторная лодка прошла от пристани А до пристани В по течению реки и вернулась обратно. Расстояние между пристанями 45 км, скорость течения 3 км/ч. В пункте В лодка стояла 1 час, всё путешествие заняло 9 часов. Найдите собственную скорость лодки.

Часть 1. Разминка (устно)

Учитель: Лодка идёт со скоростью 15 км/ч. Сколько километров она пройдёт за 2 часа?

Ученик: 30.

Учитель: Верно. Какой формулой ты пользовался?

Ученик: Путь равен скорости, умноженной на время. $S = v \cdot t$.

Учитель: Точно. Выразим из неё время. Чему равно t ?

Ученик: $t = S : v$. Путь делим на скорость.

Учитель: Сколько часов в 40 минутах?

Ученик: 40/60, то есть 2/3 часа.

Учитель: Верно, минуты делим на 60. Теперь река. Собственная скорость лодки 15 км/ч, скорость течения 3 км/ч. С какой скоростью лодка идёт по течению?

Ученик: 18. Течение помогает, значит прибавляем.

Учитель: Скорость по течению равна сумме собственной скорости лодки и скорости течения. А против течения?

Ученик: $15 - 3 = 12$. Течение мешает, вычитаем.

Часть 2. Разбор задачи

Этап 1. Что мы видим

Учитель: Прочитай условие. Что мы видим?

Ученик: Задача на движение по реке, это задание 21. Дано: расстояние 45 км, течение 3 км/ч, стоянка 1 час, всё путешествие 9 часов. Найти собственную скорость лодки.

Учитель: Хорошо, ты сразу разделил «дано» и «найти». А что в условии может сбить с толку?

Ученик: Наверное, стоянка. И что 9 часов — это всё путешествие.

Учитель: Верно, ты заметил ловушку. Единицы тут согласованы: километры, км/ч, часы. Пересчитывать ничего не нужно.

Если ученик ответит: «Лодка двигалась 9 часов».

Учитель: Лодка стояла в пункте В 1 час. Сколько часов она при этом двигалась?

Этап 2. Как мы решаем подобное

Учитель: С какими задачами это похоже?

Ученик: С задачами про машины. Только тут скорость разная туда и обратно.

Учитель: Какие скорости у лодки на пути туда и обратно? Обозначь собственную скорость за x .

Ученик: Туда, по течению, $x + 3$. Обратно, против течения, $x - 3$.

Учитель: Что ты можешь сказать про число x ?

Ученик: Оно больше 3.

Учитель: Почему?

Ученик: Если x меньше 3, скорость против течения будет отрицательной. А если равна 3, то нулевой, и лодка не вернётся.

Учитель: Верно. Запомним правило: скорость по течению равна $v + u$, скорость против течения равна $v - u$, где v — собственная скорость, u — скорость течения, и $v > u$. Время находим по формуле $t = S : v$.

Этап 3. По какому алгоритму

Учитель: Назови шаги решения, прежде чем считать.

Ученик: Сначала обозначить неизвестное. Потом выразить скорости. Потом время. Потом уравнение. Решить. И проверить.

Учитель: Почти всё. Давай запишем аккуратно, чтобы это работало для любой задачи на движение:

1. Выписать данные, привести единицы, отметить ловушки.
2. Обозначить неизвестное через x , записать ограничение на x .
3. Выразить через x остальные скорости и время ($t = S : v$).
4. Составить уравнение: найти, что равно чему (сумма или разность времён).
5. Решить уравнение, отобрать корень по смыслу задачи.
6. Проверить подстановкой в условие, записать ответ.

Этап 4. Решаем по алгоритму

Учитель: Шаг 1 у нас сделан. Шаг 2: что обозначим за x и что записать про x ?

Ученик: Пусть x км/ч — собственная скорость лодки, $x > 3$.

Учитель: Шаг 3. Чему равно время движения по течению и против течения?

Ученик: По течению $45/(x + 3)$ часов, против течения $45/(x - 3)$ часов.

Учитель: Верно. Шаг 4. Сколько часов лодка двигалась всего?

Ученик: Девять часов минус час стоянки, то есть 8 часов.

Учитель: Теперь запиши уравнение.

Ученик: $45/(x + 3) + 45/(x - 3) = 8$.

Если ученик ответит: $45/(x + 3) + 45/(x - 3) = 9$.

Учитель: Из этих 9 часов лодка стояла один час. Входит ли стоянка в время движения?

Учитель: Как избавиться от дробей?

Ученик: Умножить обе части на $(x + 3)(x - 3)$. Получится $45(x - 3) + 45(x + 3) = 8(x^2 - 9)$.

Учитель: Раскрой скобки и приведи подобные.

Ученик: $45x - 135 + 45x + 135 = 8x^2 - 72$. Слева $90x$. Значит, $90x = 8x^2 - 72$, то есть $8x^2 - 90x - 72 = 0$. Можно сократить на 2: $4x^2 - 45x - 36 = 0$.

Учитель: Верно, ты заметил, что можно сократить. Найди дискриминант.

Ученик: $D = 45^2 + 4 \cdot 4 \cdot 36 = 2025 + 576 = 2601$. Корень из $2601 = 51$.

Учитель: Проверь: чему равно 51 в квадрате?

Ученик: 2601. Верно. $x = (45 \pm 51) : 8$. Получается 12 или $-0,75$.

Учитель: Шаг 5, отбор корня. Какой из двух подходит?

Ученик: 12.

Если ученик ответит: подходит $-0,75$. **Учитель:** Какое ограничение мы записали на x в начале? Может ли скорость быть отрицательной?

Этап 5. Проверка и ответ

Учитель: Как проверить, что ответ 12 правильный?

Ученик: Подставить в условие. По течению скорость 15, время $45 : 15 = 3$ часа. Против течения скорость 9, время $45 : 9 = 5$ часов. Плюс час стоянки: $3 + 1 + 5 = 9$ часов. Сходится.

Учитель: Отлично, проверка полная. Как записать ответ в решении на бланке?

Ученик: Написать «Ответ: 12 км/ч» в конце. И не забыть написать, что $-0,75$ не подходит.

Учитель: Верно. Решение целиком записывают на бланке ответов № 2, а в конце пишут ответ с единицами.

Этап 6. Перенос

Учитель: По каким признакам ты в следующий раз узнаешь такое задание?

Ученик: В условии есть «по течению» и «против течения». И собственная скорость. Если есть стоянка, её вычитаем из общего времени.

Учитель: Хорошо. Реши самостоятельно похожую задачу.

Задача для самостоятельного решения. Катер прошёл 60 км по течению реки и 60 км против течения, затратив на весь путь 9 часов. Скорость течения 5 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

Ответ для учителя: 15 км/ч. Уравнение $60/(x + 5) + 60/(x - 5) = 9$, откуда $3x^2 - 40x - 75 = 0$, $D = 2500 = 50^2$, корни 15 и $-5/3$.