

ДЗ №2 • Задачи на проценты (ОГЭ №6) — ответы и разбор

Для репетитора. Уровень 1 — разминка (№1–10), уровень 2 — как на ОГЭ (№11–20), уровень 3 — повышенный (№21–30). Печать: две колонки, экономный режим.

№	Ур.	Подтип	Ответ
1	1	Процент от числа	1280
2	1	Процент как десятичная дробь	0,04
3	1	Процентное отношение	80
4	1	Увеличение на процент	3125
5	1	Уменьшение на процент	660
6	1	Скидка	800
7	1	Число по его проценту	700
8	1	Остаток в процентах	550
9	1	Доля в процентах	10
10	1	Процент от процента	1000
11	2	Повышение и снижение на один %	39600
12	2	Изменение в разные стороны	14400
13	2	Процент изменения	70
14	2	Исходное по новой цене	2500
15	2	Двойная скидка	15000
16	2	Остаток по проценту	220
17	2	Вклад годовой	11200
18	2	Сравнение вкладов	300
19	2	Цена без скидки	200
20	2	Два повышения	54600
21	3	Сложные проценты	14400
22	3	Два снижения	5950
23	3	Двойное повышение: ошибка сложения	32,25
24	3	Процентное уравнение	60
25	3	Числа по равным процентам	40
26	3	Обратный процент	20
27	3	Тройное повышение	33,1
28	3	Остаток после двух отливов	30
29	3	Изменение после двух шагов	23
30	3	Вклад: найти начальную сумму	10000

Задание 1 • уровень 1 • Процент от числа

Найдите 64% от 2000.

Видим: Одно действие: процент от числа. **Ловушка:** перепутать умножение и деление.

Правило: Процент от числа: переведите проценты в десятичную дробь (разделить на 100) и умножьте на число.

Алгоритм: 1) Перевести проценты в дробь: $p\% = p/100$. 2) Умножить дробь на число. 3) Проверить прикидкой: ответ должен быть меньше исходного числа (при $p < 100$). 4) Записать ответ.

Решение: 1) $64\% = 0,64$. 2) $2000 \cdot 0,64 = 1280$.

Ответ: 1280

Типичная ошибка: Делит число на процент вместо умножения и получает очень маленькое число. **Вопрос:** «Как перевести проценты в десятичную дробь? Умножаем или делим на 100?»

Задание 2 • уровень 1 • Процент как десятичная дробь

Запишите в виде десятичной дроби: 4%.

Видим: Одно действие: заменить процент дробью. **Ловушка:**

умножить или разделить не в ту сторону.

Правило: Процент — это сотая доля: $1\% = 0,01$. Заменить процент дробью = разделить число процентов на 100.

Алгоритм: 1) Вспомнить: $1\% = 0,01$. 2) Разделить число процентов на 100. 3) Проверить: проценты больше 100 дают число больше 1. 4) Записать ответ.

Решение: 1) $4\% = 4 : 100 = 0,04$.

Ответ: 0,04

Типичная ошибка: Умножает на 100: пишет $45\% = 4500$. **Вопрос:** «Сколько сотых долей в одном проценте?»

Задание 3 • уровень 1 • Процентное отношение

Сколько процентов составляет число 1600 от числа 2000?

Видим: Найти, сколько процентов одно число составляет от другого.

Ловушка: делить не то число на не то.

Правило: Чтобы узнать, сколько процентов число а составляет от числа b, разделите а на b и умножьте на 100%.

Алгоритм: 1) Разделить а на b. 2) Умножить результат на 100. 3) Проверить прикидкой: а должно быть меньше b, если процентов меньше 100. 4) Записать ответ с знаком %.

Решение: 1) $1600 : 2000 = 0,8$. 2) $0,8 \cdot 100 = 80\%$.

Ответ: 80

Типичная ошибка: Делит b на а и получает число больше 100 при а < b — не замечает абсурдности. **Вопрос:** «Что делим на что, чтобы найти процент? Как проверить, что процентов меньше 100?»

Задание 4 • уровень 1 • Увеличение на процент

Телефон стоил 2500 рублей. Цену увеличили на 25%. Сколько рублей стал стоить телефон?

Видим: Увеличение числа на проценты. **Ловушка:** прибавить проценты к числу как числа ($200 + 15 = 215$).

Правило: Увеличить на $p\%$ — значит умножить на $(1 + p/100)$.

Сначала находим процент от числа, потом прибавляем.

Алгоритм: 1) Найти $p\%$ от числа. 2) Прибавить к исходному числу. 3) Проверить: ответ больше исходного. 4) Записать ответ.

Решение: 1) 25% от 2500: $2500 \cdot 0,25 = 625$. 2) $2500 + 625 = 3125$.

Ответ: 3125

Типичная ошибка: Прибавляет р к числу: $200 + 15 = 215$ вместо 230.

Вопрос: «На сколько процентов выросло число, если оно стало в 1,15 раза больше?»

Задание 5 • уровень 1 • Уменьшение на процент

Рюкзак стоил 1200 рублей. В распродаже цену снизили на 45%.

Сколько рублей стал стоить рюкзак?

Видим: Уменьшение числа на проценты. **Ловушка:** вычитать проценты как числа ($200 - 15 = 185$).

Правило: Уменьшить на $p\%$ — значит умножить на $(1 - p/100)$.

Сначала находим процент от числа, потом вычитаем.

Алгоритм: 1) Найти $p\%$ от числа. 2) Вычесть из исходного числа. 3) Проверить: ответ меньше исходного. 4) Записать ответ.

Решение: 1) 45% от 1200: $1200 \cdot 0,45 = 540$. 2) $1200 - 540 = 660$.

Ответ: 660

Типичная ошибка: Вычитает р из числа: $200 - 15 = 185$ вместо 170.

Вопрос: «Что больше: уменьшить на 20% или разделить на 2?»

Задание 6 • уровень 1 • Скидка

В магазине скидка 60% на все товары. Сколько рублей стоит куртка ценой 2000 рублей со скидкой?

Видим: Цена со скидкой. **Ловушка:** находить скидку, а не цену со скидкой.

Правило: Цена со скидкой $p\%$ = исходная цена минус $p\%$ от неё = цена $\cdot (1 - p/100)$.

Алгоритм: 1) Найти размер скидки ($p\%$ от цены). 2) Вычесть скидку из цены. 3) Проверить: заплатили меньше исходной цены. 4)

Записать ответ.

Решение: 1) Скидка: $2000 \cdot 0,6 = 1200$ руб. 2) Цена со скидкой: $2000 - 1200 = 800$ руб.

Ответ: 800

Типичная ошибка: Отвечает размером скидки вместо итоговой цены.

Вопрос: «Что спрашивает задача: скидку или цену со скидкой?»

Задание 7 • уровень 1 • Число по его проценту

64% числа равны 448. Найдите само число.

Видим: Известен процент числа — найти само число. **Ловушка:**

умножить данное число на процент.

Правило: Если $p\%$ числа равны а, то само число = $a : (p/100) = a \cdot 100 : p$.

Алгоритм: 1) Записать $p\%$ как дробь. 2) Разделить а на эту дробь (или умножить на 100 и разделить на р). 3) Проверить: $p\%$ от ответа должны дать а. 4) Записать ответ.

Решение: 1) $448 : 0,64 = 448 \cdot 100 : 64 = 700$. 2) Проверка: 64% от 700 = $700 \cdot 0,64 = 448$.

Ответ: 700

Типичная ошибка: Умножает а на процент вместо деления — получает число меньше а. **Вопрос:** «Прямая и обратная задача: чем «процент от числа» отличается от «числа по проценту?»»

Задание 8 • уровень 1 • Остаток в процентах

В школьной библиотеке 1000 книг. На 45% — учебники, остальные — художественная литература. Сколько художественных книг в библиотеке?

Видим: Известна доля — найти остаток. **Ловушка:** забыть, что спрашивают остаток, а не долю.

Правило: Если составляет $p\%$, то остаток составляет $(100 - p)\%$.

Найти остаток = умножить на $(100 - p)/100$.

Алгоритм: 1) Найти процент остатка: $100 - p$. 2) Перевести в дробь и умножить на число. 3) Проверить: доля + остаток = исходное число. 4) Записать ответ.

Решение: 1) Осталось: $100\% - 45\% = 55\%$. 2) $1000 \cdot 0,55 = 550$.

Ответ: 550

Типичная ошибка: Находит долю вместо остатка: отвечает $\{P(b,p)\}$, хотя спрашивают остаток. **Вопрос:** «Сколько процентов осталось, если прочитали 30%?»

Задание 9 • уровень 1 • Доля в процентах

Путешественник прошёл $1/10$ всего пути. Сколько это процентов пути?

Видим: Обыкновенную дробь перевести в проценты. **Ловушка:** делить 100 на дробь вместо умножения.

Правило: Дробь — это частное; чтобы перевести её в проценты, умножьте на 100%. Доля $p/q = (p : q) \cdot 100\%$.

Алгоритм: 1) Разделить числитель на знаменатель. 2) Умножить результат на 100. 3) Проверить: доля меньше 1, значит процентов меньше 100. 4) Записать ответ с знаком %.

Решение: 1) $1/10 = 0,1$. 2) $0,1 \cdot 100 = 10\%$.

Ответ: 10

Типичная ошибка: Делит 100 на дробь и получает бессмыслицу вроде 200%. **Вопрос:** «Что больше: $1/2$ или 50%? А чем это проверить?»

Задание 10 • уровень 1 • Процент от процента

Найдите 10% от 50% от 20000.

Видим: Процент от процента — два действия. **Ловушка:** складывать проценты ($10\% + 50\% = 60\%$).

Правило: Проценты нельзя складывать: 10% от 50% — это $(10/100) \cdot (50/100)$ от числа. Каждый процент считается от своего числа.

Алгоритм: 1) Найти первый процент от числа. 2) Найти второй процент от результата. 3) Проверить: ответ меньше, чем первый процент от числа. 4) Записать ответ.

Решение: 1) 10% от 20000: $20000 \cdot 0,1 = 2000$. 2) 50% от 2000: $2000 \cdot 0,5 = 1000$.

Ответ: 1000

Типичная ошибка: Складывает проценты: получает 60% от 10000 = 6000 вместо 500. **Вопрос:** «10% от 50 — это сколько? А 50% от 10? Что заметил?»

Задание 11 • уровень 2 • Повышение и снижение на один %

Товар стоил 40000 рублей. Сначала цену повысили на 10%, а потом новую цену снизили на 10%. Сколько рублей стал стоить товар?

Видим: Два последовательных изменения на одинаковый процент.

Ловушка: думать, что цена не изменилась: +10% и −10%

«компенсируют» друг друга.

Правило: Повышение на $p\%$ — умножение на $(1 + p/100)$, снижение — на $(1 - p/100)$. Порядок действий: по очереди от новой цены. $(1 + p/100)(1 - p/100) = 1 - (p/100)^2 < 1$ — цена всегда чуть падает.

Алгоритм: 1) Посчитать цену после повышения. 2) Посчитать цену после снижения (от новой!). 3) Сравнить с исходной: получится меньше. 4) Записать ответ.

Решение: 1) После повышения на 10%: $40000 \cdot 1,1 = 44000$ руб. 2) После снижения на 10%: $44000 \cdot 0,9 = 39600$ руб. 3) Цена упала, хотя проценты одинаковые: $(1 + 0,1)(1 - 0,1) = 1 - 0,01 < 1$.

Ответ: 39600

Типичная ошибка: Считает, что +10% и −10% дают ноль, и отвечает исходную цену. **Вопрос:** «Почему +10% и −10% не обнуляют друг друга? От чего считаем каждый процент?»

Задание 12 • уровень 2 • Изменение в разные стороны

Цену сначала снизили на 25%, а потом новую цену повысили на 20%. Сколько рублей стоил товар, если первоначально он стоил 16000 рублей?

Видим: Снижение на $p\%$, затем повышение на $q\%$. **Ловушка:** прибавлять и вычитать проценты к цене как числа.

Правило: Каждое изменение считается от новой цены: умножаем на $(1 - p/100)$, затем на $(1 + q/100)$.

Алгоритм: 1) Посчитать цену после снижения. 2) Посчитать цену после повышения. 3) Сравнить с исходной (больше/меньше/равна). 4) Записать ответ.

Решение: 1) После снижения на 25%: $16000 \cdot 0,75 = 12000$ руб. 2) После повышения на 20%: $12000 \cdot 1,2 = 14400$ руб.

Ответ: 14400

Типичная ошибка: Считает p и q от исходной цены: $b - b \cdot p/100 + b \cdot q/100$. **Вопрос:** «От какой цены считаем второе изменение — от исходной или от новой?»

Задание 13 • уровень 2 • Процент изменения

Цена товара выросла с 2400 до 4080 рублей. На сколько процентов выросла цена?

Видим: Известны было и стало — найти процент. **Ловушка:** вычитать цены и отвечать разницей в рублях.

Правило: Процент изменения = (новое − старое) : старое $\cdot 100\%$. База сравнения — всегда исходное значение.

Алгоритм: 1) Найти разность изменения. 2) Разделить на исходное значение. 3) Умножить на 100. 4) Записать ответ с знаком %.

Решение: 1) Разность: $4080 - 2400 = 1680$ руб. 2) $1680 : 2400 = 0,7$; умножаем на 100: 70%.

Ответ: 70

Типичная ошибка: Делит разность на новую цену вместо исходной.

Вопрос: «На что делим — на «было» или на «стало»? Почему?»

Задание 14 • уровень 2 • Исходное по новой цене

После повышения цены на 10% товар стал стоить 2750 рублей. Сколько рублей стоил товар до повышения?

Видим: Обратная задача: новая цена известна, процент повышения известен. **Ловушка:** вычитать процент от новой цены вместо деления.

Правило: Если после повышения на $p\%$ цена стала a , то исходная = $a : (1 + p/100)$. Проценты нельзя «вычитать обратно» — можно только делить на множитель.

Алгоритм: 1) Определить множитель: $1 + p/100$. 2) Разделить новую цену на множитель. 3) Проверить: повышение исходной на $p\%$ даёт a . 4) Записать ответ.

Решение: 1) Множитель: $1 + 0,1 = 1,1$. 2) Исходная цена: $2750 : 1,1 = 2500$ руб. 3) Проверка: $2500 \cdot 1,1 = 2750$.

Ответ: 2500

Типичная ошибка: Вычитает $p\%$ от новой цены: проценты считает от другого числа. **Вопрос:** «Почему нельзя вычесть 20% от новой цены, чтобы вернуться к исходной?»

Задание 15 • уровень 2 • Двойная скидка

В магазине скидка 25% на все товары, а по дисконтной карте ещё 20% от новой цены. Сколько рублей заплатят за товар ценой 25000 рублей?

Видим: Две скидки подряд. **Ловушка:** складывать скидки: $(p + q)\%$ одной скидкой.

Правило: Вторая скидка считается от уже сниженной цены: умножаем на $(1 - p/100)$, затем на $(1 - q/100)$. Скидки не складываются.

Алгоритм: 1) Посчитать цену после первой скидки. 2) Посчитать цену после второй скидки. 3) Проверить: заплатили меньше, чем при одной скидке $p + q\%$. 4) Записать ответ.

Решение: 1) После скидки 25%: $25000 \cdot 0,75 = 18750$ руб. 2) После скидки 20%: $18750 \cdot 0,8 = 15000$ руб.

Ответ: 15000

Типичная ошибка: Складывает скидки: считает одну скидку $(p + q)\%$ — платит меньше, чем надо. **Вопрос:** «Скидка 20%, потом ещё 10% — это скидка 30%? Почему нет?»

Задание 16 • уровень 2 • Остаток по проценту

Книга на 400 страниц. Ученик прочитал 45% книги. Сколько страниц ему осталось прочитать?

Видим: Известен процент прочитанного — найти остаток. **Ловушка:** находить прочитанное вместо остатка.

Правило: Осталось $(100 - p)\%$. Остаток = всего $\cdot (100 - p)/100$.

Алгоритм: 1) Найти процент остатка. 2) Умножить на общее число страниц. 3) Проверка: прочитанное + остаток = всего. 4) Записать ответ.

Решение: 1) Прочитано: 180 страниц. Осталось: $400 - 180 = 220$.

Ответ: 220

Типичная ошибка: Отвечает числом прочитанных страниц вместо оставшихся. **Вопрос:** «Что спрашивает задача? Выдели это слово в условии.»

Задание 17 • уровень 2 • Вклад годовой

На вклад положили 10000 рублей под 12% годовых. Какая сумма будет на вкладе через год?

Видим: Вклад под простой годовой процент. **Ловушка:** проценты считать от новой суммы (это сложный процент, не для одного года).

Правило: За один год проценты начисляются один раз: сумма = вклад $\cdot (1 + p/100)$. Процент считается от первоначальной суммы.

Алгоритм: 1) Найти проценты за год. 2) Прибавить к вкладу. 3) Проверить: сумма больше вклада. 4) Записать ответ.

Решение: 1) Проценты: $10000 \cdot 0,12 = 1200$ руб. 2) Сумма: $10000 + 1200 = 11200$ руб.

Ответ: 11200

Типичная ошибка: Прибавляет проценты дважды «для надёжности».

Вопрос: «От какой суммы считаем проценты в первый год — от вклада или от вклада с процентами?»

Задание 18 • уровень 2 • Сравнение вкладов

В банк А положили 15000 рублей под 8% годовых, а в банк Б — 6000 рублей под 15% годовых. На сколько рублей доход по первому вкладу за год больше дохода по второму?

Видим: Два вклада — сравнить доходы. **Ловушка:** сравнивать проценты ставок, а не рубли.

Правило: Доход = вклад $\cdot p/100$. Сравниваем доходы в рублях, а не ставки в процентах: больший процент от меньшей суммы может дать меньше.

Алгоритм: 1) Посчитать доход по первому вкладу. 2) Посчитать доход по второму вкладу. 3) Вычесть меньший из большего. 4) Записать ответ.

Решение: 1) Первый вклад: $15000 \cdot 0,08 = 1200$ руб. 2) Второй вклад: $6000 \cdot 0,15 = 900$ руб. 3) Разность: $1200 - 900 = 300$ руб.

Ответ: 300

Типичная ошибка: Сравнивает ставки 12% и 8% вместо доходов в рублях. **Вопрос:** «Что сравниваем: проценты или рубли? Посчитай оба дохода.»

Задание 19 • уровень 2 • Цена без скидки

Со скидкой 25% покупатель заплатил за товар 150 рублей. Какова цена товара без скидки?

Видим: Известна цена со скидкой — найти полную цену. **Ловушка:** прибавлять скидку к цене со скидкой.

Правило: Цена со скидкой = полная цена $\cdot (1 - p/100)$. Полная цена = цена со скидкой : $(1 - p/100)$.

Алгоритм: 1) Определить множитель: $1 - p/100$. 2) Разделить цену со скидкой на множитель. 3) Проверить: от полной цены минус скидка = уплаченная сумма. 4) Записать ответ.

Решение: 1) Уплачено 75% от полной цены, это 0,75 от неё. 2) $150 : 0,75 = 200$ руб. 3) Проверка: $200 \cdot 0,75 = 150$.

Ответ: 200

Типичная ошибка: Прибавляет $p\%$ к цене со скидкой — проценты считает не от того числа. **Вопрос:** «От чего считаем скидку — от полной цены или от цены со скидкой?»

Задание 20 • уровень 2 • Два повышения

Цену товара сначала повысили на 40%, а потом новую цену повысили ещё на 30%. Сколько рублей стоит товар, если первоначально он стоил 30000 рублей?

Видим: Два повышения цены подряд. **Ловушка:** складывать проценты повышений.

Правило: Каждое повышение — от новой цены: $\cdot (1 + p/100)$, затем $\cdot (1 + q/100)$. Результат больше, чем одно повышение на $(p + q)\%$.

Алгоритм: 1) Цена после первого повышения. 2) Цена после второго повышения. 3) Проверка: итоговый множитель $= (1 + p/100)(1 + q/100) > 1 + (p+q)/100$. 4) Записать ответ.

Решение: 1) После первого: $30000 \cdot 1,4 = 42000$ руб. 2) После второго: $42000 \cdot 1,3 = 54600$ руб.

Ответ: 54600

Типичная ошибка: Складывает проценты: считает одно повышение на $(p + q)\%$ — занижает ответ. **Вопрос:** «Два повышения по 10% — это +20% или +21%? Проверь на числе 100.»

Задание 21 • уровень 3 • Сложные проценты

На вклад положили 10000 рублей под 20% годовых. В конце каждого года проценты присоединяются к вкладу. Какая сумма будет на вкладе через 2 года?

Видим: Вклад на 2 года, проценты капитализируются. **Ловушка:** считать простые проценты: прибавлять 2р% одним шагом.

Правило: Сложный процент: в конце каждого года проценты присоединяются к сумме. Каждый следующий год процент считается от новой суммы: $\cdot (1 + p/100)$ за каждый год.

Алгоритм: 1) Сумма после первого года. 2) Сумма после второго года (процент от новой суммы). 3) Сравнить со сложением процентов. 4) Записать ответ.

Решение: 1) После 1 года: $10000 \cdot 1,2 = 12000$ руб. 2) После 2 лет: $12000 \cdot 1,2 = 14400$ руб. 3) Проценты за 2-й год больше, чем за 1-й: считались от большей суммы.

Ответ: 14400

Типичная ошибка: Считает простые проценты: $b + 2 \cdot (b \cdot p/100)$ — упускает проценты на проценты. **Вопрос:** «Почему за второй год проценты больше, чем за первый?»

Задание 22 • уровень 3 • Два снижения

Цена 10000 рублей снизилась сначала на 30%, а потом новая цена снизилась ещё на 15%. Сколько рублей стоит товар теперь?

Видим: Цена падает дважды. **Ловушка:** складывать проценты снижения.

Правило: Каждое снижение — от новой цены: $\cdot (1 - p/100)$, затем $\cdot (1 - q/100)$. Итоговая скидка меньше $(p + q)\%$.

Алгоритм: 1) Цена после первого снижения. 2) Цена после второго снижения. 3) Проверка: итог $<$ цены с одной скидкой $(p + q)\%$. 4) Записать ответ.

Решение: 1) После снижения на 30%: $10000 \cdot 0,7 = 7000$ руб. 2) После снижения на 15%: $7000 \cdot 0,85 = 5950$ руб.

Ответ: 5950

Типичная ошибка: Складывает снижения: отвечает цену с одной скидкой $(p + q)\%$. **Вопрос:** «Цена упала на 20%, потом ещё на 20% — на сколько процентов упала всего?»

Задание 23 • уровень 3 • Двойное повышение: ошибка сложения

Цену товара дважды увеличили на 15% (каждый раз от новой цены). На сколько процентов выросла цена по сравнению с первоначальной?

Видим: Два повышения на одинаковый процент — найти итоговый процент. **Ловушка:** просто удвоить процент: $10\% + 10\% = 20\%$.

Правило: Проценты от разных сумм не складываются: два повышения на $p\%$ — это множитель $(1 + p/100)^2$, а не $(1 + 2p/100)$.

Алгоритм: 1) Записать множитель за два повышения. 2) Вычесть 1 и перевести в проценты. 3) Сравнить с двойным процентом: ответ больше $2p\%$. 4) Записать ответ.

Решение: 1) Множитель: $(1 + 0,15)^2 = 1,3225$. 2) Рост: $1,3225 - 1 = 0,3225$, это 32,25% (а не 30%).

Ответ: 32,25

Типичная ошибка: Удваивает процент и отвечает 20% вместо 21% (при $p = 10$). **Вопрос:** «Почему два повышения по 10% дают больше, чем 20%?»

Задание 24 • уровень 3 • Процентное уравнение

25% числа x больше 15% этого же числа на 6. Найдите число x .

Видим: Разность процентов одного числа. **Ловушка:** складывать 25% и 15% вместо вычитания.

Правило: 25% числа x минус 15% числа $x = 10\%$ числа x . Проценты одного и того же числа можно вычитать.

Алгоритм: 1) Записать разность процентов: $25\% - 15\% = 10\%$. 2) Составить уравнение: $0,1 \cdot x = a$. 3) Разделить a на 0,1. 4) Проверить: 25% от x минус 15% от $x = a$.

Решение: 1) $25\% - 15\% = 10\%$, значит $0,1 \cdot x = 6$. 2) $x = 6 : 0,1 = 60$. 3) Проверка: $0,25 \cdot 60 - 0,15 \cdot 60 = 15 - 9 = 6$.

Ответ: 60

Типичная ошибка: Складывает проценты: $0,4x = a$ и получает вдвое меньший ответ. **Вопрос:** «Чему равна разность 25% и 15% от одного числа?»

Задание 25 • уровень 3 • Числа по равным процентам

40% числа A равны 60% числа B . Найдите меньшее из этих чисел, если разность чисел A и B равна 20.

Видим: Проценты разных чисел равны — найти числа по разности.

Ловушка: не замечать, что числа относятся как 3 : 2.

Правило: 40% числа $A = 60\%$ числа $B \Rightarrow 0,4A = 0,6B \Rightarrow A = 1,5B = 3B/2$. Значит, $A : B = 3 : 2$, а разность $A - B = B/2$.

Алгоритм: 1) Составить уравнение $0,4A = 0,6B$. 2) Выразить A через B : $A = 1,5B$. 3) Использовать разность: $1,5B - B = 0,5B = a$. 4) Найти B и проверить.

Решение: 1) $0,4A = 0,6B \Rightarrow A = 0,6B : 0,4 = 1,5B$. 2) $A - B = 1,5B - B = 0,5B = 20$, значит $B = 40$. 3) Тогда $A = 1,5 \cdot 40 = 60$. Проверка: $0,4 \cdot 60 = 24$, $0,6 \cdot 40 = 24$ — равны.

Ответ: 40

Типичная ошибка: Не может перейти от процентов к отношению чисел.

Вопрос: «Если 40% одного числа равны 60% другого, какое число больше и во сколько раз?»

Задание 26 • уровень 3 • Обратный процент

Цену товара повысили на 25%. На сколько процентов нужно снизить новую цену, чтобы она стала прежней?

Видим: Цена выросла — на сколько снизить, чтобы вернуть прежнюю? **Ловушка:** ответить тем же процентом (25% и обратно 25%).

Правило: Множитель роста $(1 + p/100)$ нужно обратить: $1 : (1 + p/100)$. Снижение $= 1 - 1/(1 + p/100)$ — всегда меньше $p\%$.

Алгоритм: 1) Записать множитель роста. 2) Разделить 1 на множитель — множитель возврата. 3) Перевести разницу от 1 в проценты. 4) Записать ответ.

Решение: 1) После повышения цена стала 1,25 от прежней. 2) Множитель возврата: $1 : 1,25 = 0,8$. 3) Снижение: $1 - 0,8 = 0,2$, это 20%.

Ответ: 20

Типичная ошибка: Отвечает тем же процентом $p\%$ — получает цену ниже прежней. **Вопрос:** «Цена выросла на 25%. Снизим на 25% — вернётся ли прежняя? Проверь на числе 100.»

Задание 27 • уровень 3 • Тройное повышение

Цену товара трижды увеличили на 10% (каждый раз от новой цены). На сколько процентов выросла цена по сравнению с первоначальной?

Видим: Три повышения подряд — итоговый процент. **Ловушка:** утраивать процент.

Правило: Каждое повышение умножает цену на $(1 + p/100)$. За три повышения: $(1 + p/100)^3$. Итоговый рост = множитель $- 1$, в процентах.

Алгоритм: 1) Записать множитель $(1 + p/100)^3$. 2) Вычислить его значение. 3) Вычесть 1, перевести в проценты. 4) Записать ответ.

Решение: 1) $(1 + 0,1)^3 = 1,331$. 2) Рост: $1,331 - 1 = 0,331$, это 33,1%.

Ответ: 33,1

Типичная ошибка: Утраивает процент: 30% вместо 33,1% (при $p = 10$). **Вопрос:** «Цена выросла на 10% три раза. Кратко: это $\times 1,1^3$. Чему равен этот множитель?»

Задание 28 • уровень 3 • Остаток после двух отливов

Из полного бака сначала вылили 40% воды, а потом 50% оставшейся воды. Сколько процентов воды осталось в баке?

Видим: Из полного объёма дважды вылили проценты. **Ловушка:** складывать проценты или вычитать второй процент от полного объёма.

Правило: Второй разлив считается от остатка: остаток $= 100 \cdot (1 - p/100) \cdot (1 - q/100)$ процентов.

Алгоритм: 1) Остаток после первого разлива. 2) Остаток после второго (от остатка!). 3) Проверка: остаток меньше $100 - p - q$. 4) Записать ответ.

Решение: 1) После первого разлива осталось $100 - 40 = 60\%$. 2) Второй разлив: 50% от 60% = 30%. 3) Осталось: $60 - 30 = 30\%$.

Ответ: 30

Типичная ошибка: Считает второй разлив от полного объёма: $100 - p - q$. **Вопрос:** «От чего считаем второй разлив — от полного объёма или от остатка?»

Задание 29 • уровень 3 • Изменение после двух шагов

Число увеличили на 10%, а полученное число уменьшили на 30%. На сколько процентов изменилось число по сравнению с исходным?

(Ответ: на сколько процентов оно уменьшилось.)

Видим: Увеличили на $p\%$, полученное уменьшили на $q\%$ — итоговое изменение в процентах. **Ловушка:** вычитать проценты: $p - q$.

Правило: Итоговый множитель $= (1 + p/100)(1 - q/100)$. Если он меньше 1 — число уменьшилось, больше 1 — выросло. Разность от 1 — процент изменения.

Алгоритм: 1) Записать множитель $(1 + p/100)(1 - q/100)$. 2) Вычислить его. 3) Сравнить с 1: меньше — уменьшение, больше — рост. 4) Записать процент.

Решение: 1) Множитель: $1,1 \cdot 0,7 = 0,77$. 2) Это меньше 1, значит число уменьшилось на 23%.

Ответ: 23

Типичная ошибка: Вычитает проценты: $p - q$, не проверяя знак

множителя. **Вопрос:** «Как по множителю понять, выросло число или уменьшилось?»

Задание 30 • уровень 3 • Вклад: найти начальную сумму

Через 2 года на вкладе с ежегодной капитализацией процентов стало 12100 рублей. Ставка 10% годовых. Какая сумма была внесена на вклад изначально?

Видим: Обратная задача на сложные проценты. **Ловушка:** делить на $(1 + p/100)$ один раз или вычитать проценты от итоговой суммы.

Правило: Итог = начало $\cdot (1 + p/100)^2$. Начало = итог : $(1 + p/100)^2$ — делим дважды, по разу за каждый год.

Алгоритм: 1) Записать множитель двух лет: $(1 + p/100)^2$. 2) Разделить итоговую сумму на множитель. 3) Проверка: начало $\cdot$ множитель = итог. 4) Записать ответ.

Решение: 1) Множитель: $(1 + 0,1)^2 = 1,21$. 2) Начальная сумма: $12100 : 1,21 = 10000$ руб. 3) Проверка: $10000 \cdot 1,21 = 12100$.

Ответ: 10000

Типичная ошибка: Делит один раз вместо двух или вычитает проценты от итоговой суммы. **Вопрос:** «Сколько раз делим на $(1 + p/100)$ и почему?»